

IDENTIFICACIÓN DE PATRONES FRACTALES COMO HERRAMIENTA INTERPRETATIVA DE LA CATEDRAL DE SAN JOSÉ DE CÚCUTA

IDENTIFICATION OF FRACTAL PATTERNS AS AN INTERPRETIVE TOOL OF THE CATHEDRAL OF SAN JOSÉ DE CÚCUTA

Mawency Vergel Ortega¹

Julio Alfredo Delgado Rojas²

Yannette Díaz Umaña³

Universidad Francisco de Paula Santander.

338

RESUMEN

La catedral de san José de Cúcuta, se reconoce por su arquitectura republicana cuyas inspiraciones eclécticas concuerdan con las ideologías tradicionalistas de la estética constructiva de las principales ciudades del país. La identificación de elementos

constructivos y ornamentales compensan fenomenológicamente la construcción de superficies cuadriformes, con sus morfologías orgánicas cuya composición o geometría fractal, sorprende al visitante. Así, el rigor geométrico encontrado en los diferentes elementos no sólo se rige por el patrón euclídeo, sino que además posee semejanzas geométricas que vienen determinadas por su parametrización fractal. En este proceso, se aplica el análisis morfológico de forma intuitiva relacionando el elemento constructivo u ornamental seleccionado, con un componente de la naturaleza.

PALABRAS CLAVE:

geometrías, fractales, arquitectura, catedral, patrones

¹ Doctora en Educación. Postdoctora en Imaginarios y representaciones sociales. Docente y Directora del Departamento de Matemáticas y Estadística. Filiación: Universidad Francisco de Paula Santander. Correo electrónico: mawency@ufps.edu.co. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8285-2968>. Grupo de investigación Euler

² Magister en Educación Matemática, Arquitecto, Docente. Filiación: Universidad Francisco de Paula Santander. Correo electrónico: julioalfredo@ufps.edu.co Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6944-832X> Grupo de investigación Quetelet

³ Magister en Gestión Urbana, Especialista en Docencia Universitaria, Arquitecta, investigadora, docente titular y directora del Programa y Departamento de Arquitectura, Diseño y Urbanismo. Filiación: Universidad Francisco de Paula Santander. Correo electrónico: yannettedu@ufps.edu.co Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-4582-1593> Grupo de investigación Quetelet

ABSTRACT

The cathedral of San José de Cúcuta, is recognized for its republican architecture as eclectic inspirations agree with the traditionalist ideologies of the constructive aesthetics of the main cities of the country. The identification of four constructive and ornamental elements phenomenologically compensate for the construction of quadriform surfaces, with their organic morphologies whose fractal geometry surprises the visitor. Thus, the geometric rigor found in the different elements is not only governed by the Euclidean pattern, but also has geometric similarities that are determined by its fractal parameterization. In this process, the morphological analysis is applied intuitively, relating the selected constructive or ornamental element with a component of nature.

KEYWORDS:

geometries, fractals, architecture, cathedral,

INTRODUCCIÓN

Se presenta un análisis de geometría fractal y patrones geométricos de la catedral de san José de Cúcuta, teniendo en cuenta, su inspiración en influencias eclécticas para desarrollar una arquitectura sagrada típica de la época republicana (Díaz, Vergel, Delgado 2021) c. Bajo estas consideraciones la catedral responde a una planta basilical, conformada por tres naves, la central de mayor altura y las laterales en menor elevación. Esta construcción emblemática de la ciudad concentra ideales espirituales, artísticos y técnicos propios de la arquitectura sagrada y su misión litúrgica (Díaz, Y., Delgado, J. y Vergel, M. 2021 a.)

El rigor geométrico encontrado en los diferentes elementos no sólo preside el patrón euclídeo, sino que además posee semejanzas geométricas que vienen determinadas por su parametrización fractal. “El termino fractal proviene del vocablo latino *fractus* que se traduce como “quebrado,

fragmentado, etc. y fue acuñado por el frances Benoit Mandelbrot.” (Valdés, 2016). pág. 9). Este autor lo define como un objeto geométrico que nunca se acaba y que se repite en diferentes escalas.

Por consiguiente, las imágenes fractales representan una visión o escala particular de una estructura, que se pueden identificar fácilmente en la naturaleza. Se consiguen encontrar estructuras de este tipo cuando se amplía o se reduce la zona a observar. Así, por ejemplo, las flores, las hojas, los árboles, las montañas, el agua, o inclusive el efecto del viento y de la luz, entre otros fenómenos de la naturaleza, son ejemplos de fractales, los cuales configuran una estructura de distintas escalas con patrones interminables. En este sentido Ventura (2019) enuncia “Los fractales: qué son esos patrones matemáticos infinitos a los que se les llama “la huella digital de Dios”. (pág. 1)

De forma, que este estudio de identificación de patrones fractales se aborda en tres etapas. La primera, la caracterización y conceptualización de geometrías fractales. La segunda etapa es la identificación de cuatro elementos constructivos y ornamentales de la catedral de san Jose de Cúcuta que lleven consigo conceptos de geometría fractal. Y una tercera etapa la categorización de la Curva de Von Koch. En este proceso, se aplica el análisis morfológico de forma intuitiva relacionando el elemento constructivo u ornamental seleccionado, con un elemento de la naturaleza, se consideran los patrones que mejor representan la pieza a estudiar para el análisis y la técnica geométrica de interpretación para generar los parámetros fractales en el patrón de la Curva de Von Koch.

CONCEPTUALIZACIÓN

Las imágenes, conocidas como fractal, corresponden a un conjunto de formas geométricas que muestran autosimilaridad o formas repetitivas en cualquier escala. Para

Martínez (2016) un fractal se define como la frecuencia de un proceso geométrico que se va repitiendo cada vez a menor escala. Esta autora lo traduce numéricamente como el resultado de aplicar una función a un punto y a lo obtenido volver a aplicársela y así sucesivamente $Z_0, Z_1 = f(Z_0), Z_2 = f(Z_1), Z_n = f(Z_{(n-1)})$. También Iturriaga y Jovanovich (2012) definen “El término fractal es un vocablo derivado del latín, fractus (participio pasado de frangere), que significa quebrado o fracturado y se lo utiliza para designar a objetos “semigeométricos” cuya estructura básica se repite a diferentes escalas.” (p.6). Dicho de otra manera, los fractales son formas geométricas que se pueden descomponer o dividir en partes más pequeñas, de tal forma que cada pieza se parece a la entera inicial. Martínez (2016) expone que los fractales se pueden conseguir de dos modos, por un lado, usando la geometría y variando las dimensiones geométricas de acuerdo con un cierto factor, con lo que la dimensión de un cierto cuerpo cambia mientras su forma permanece sin cambios. Así mismo presenta como segundo modo para obtener las imágenes fractales, con el uso de la matemática cuando se cambia un cierto parámetro en una ecuación. Ambos recursos proyectan imágenes que se pueden considerar como obras de arte.

Existe una gran variedad de fractales siendo los lineales los más simples. Así un fractal lineal es el producto final que se origina a través de la iteración infinita de un desarrollo geométrico específico. Sanjuan (2006) refiere un ejemplo de fractal lineal, el distinguido “copo de nieve”, desarrollado por una curva irregular que se alcanza tomando un triángulo equilátero y colocando sucesivos triángulos, cada vez de menor tamaño, en el tercio medio de los lados, cada vez más pequeños. Este autor afirma que se consigue una figura que tiene superficie finita, pero con un perímetro de longitud infinita y con un número infinito de vértices.

De este modo, el concepto de fractal es más recurrente de lo que se puede pensar en arquitectura. Para Iturriaga y Jovanovich (2012) es claro que:

“La aplicación del concepto fractal en disciplinas como arquitectura y urbanismo abarca diferentes épocas de la humanidad, desde las edificaciones medievales y aún anteriores y las organizaciones de la sociedad, hasta las más modernas construcciones como el Soho Shangdu Complex (Beijing, China), ya sean aquellos que presentan aplicaciones de fractales en su estructura, como los que la presentan en la fachada o revestimientos, poniendo de manifiesto la convivencia del arte con los fractales y el vínculo directo entre los mismos.”(pág. 19)

Las teorías de esta geometría han evolucionado y se han aplicado en distintas disciplinas como se puede observar. Arquitectos como Gaudí, Le Corbusier, Wright, Eisenman, Hadid etc. han aplicado los parámetros fractales a sus proyectos. En este sentido Samper y Herrera, (2015) se refieren con especial atribución a Gaudí como modifica completamente la estructura del proyecto inicial del Templo de la Sagrada familia con soluciones de geometría fractal inspiradas en lo orgánico:

“Los parámetros fractales generados nos han ofrecido una clara conexión geométrica con los esquemas góticos con los que Gaudí partió para diseñar su obra más trascendental, dando más sentido al trabajo recopilado en el Álbum de 1917. Afirmamos que Gaudí con la Sagrada Familia, mejora técnicamente el Gótico clásico y transforma su proyecto en una construcción que incorpora la esencia fractal contenida en las mejores catedrales góticas de Europa” (pág. 12)

PATRONES GEOMÉTRICOS Y PARÁMETROS FRACTALES EN LA CATEDRAL

En lo que refiere a la arquitectura sagrada de la catedral de San José de Cúcuta, cuya arquitectura refiere inspiraciones historicistas con el tradicional esquema en cruz latina (Díaz, Delgado, & Vergel 2021a) y la identificación de elementos como las naves, el transepto, el crucero, la cúpula y las torres orientados

conforme a su eje litúrgico (Vergel, Díaz & Delgado 2021) consolidan por lo general una construcción de superficies cuadriformes (Figura 1). Sin embargo, algunos elementos arquitectónicos y ornamentales rompen esta estática con morfologías orgánicas definidas por la geometría fractal. Estas se destacan por “[...]su naturaleza irregular al nivel de la forma y el patrón a nivel del ritmo. Mientras que su característica intrínseca es el desdoblamiento auto semejante (Barragán 2014, pág. 64).

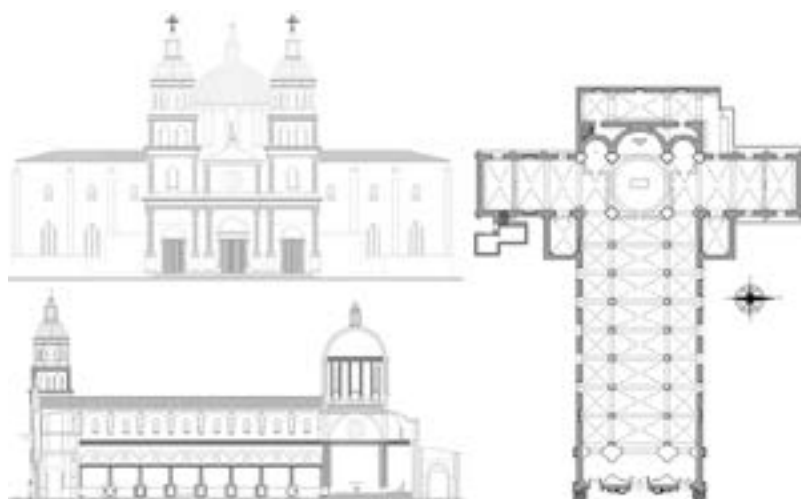


Figura 1. Planimetría de la Catedral de San José de Cúcuta. Fuente: elaboración propia.

Se identifican en este edificio de arquitectura sagrada republicana, cuyo valor patrimonial se enmarca en lo tradicional e histórico (Vergel, Delgado J & Díaz 2018) elementos con morfologías orgánicas definidas por la geometría fractal: la cúpula, el vitral del espíritu santo y la lámpara chandelier de la nave central. Para cada caso concreto se aplica el análisis morfológico, de forma intuitiva se hace relación con un elemento de la naturaleza, para relacionar secciones geométricas que mejor representan la pieza a estudiar.

De esta forma al analizar el primer elemento constructivo, la cúpula de la catedral, se puede observar un cuerpo semiesférico no perfecto, con una altura de 6.08 m, un diámetro interior de 9.8 m, y el óculo superior con una abertura

de diámetro de 1.9 m encontrándose entre el rango proporcional establecido para fines constructivos ya que facilita en cierre de la estructura (Díaz, Vergel, & Delgado 2020) a. Su desarrollo geométrico se despliega de su centro a través de 16 nervaduras radiales que la refuerzan. Se acentúa en el extradós de la cúpula el revestimiento con hojas traslapadas en concreto (Díaz, Delgado & Vergel (2020) b. Esta solución en la envolvente se formula como una estrategia para compatibilizar la geometría de la cúpula con las nervaduras integradas, con lo que se configura una textura de repetición e igualdad de un número impreciso de veces de cada una de las unidades (hojas de acanto) que se repiten en todo el cuerpo de la cúpula, aspecto relacionado con el origen multicultural de esta estructura, que se identifica con la arquitectura

bizantina. Sus constructores se preocuparon por la decoración, más que cubrir las cúpulas de mosaicos, las ornamentaban con la repetición de elementos decorativos (Figura 2)

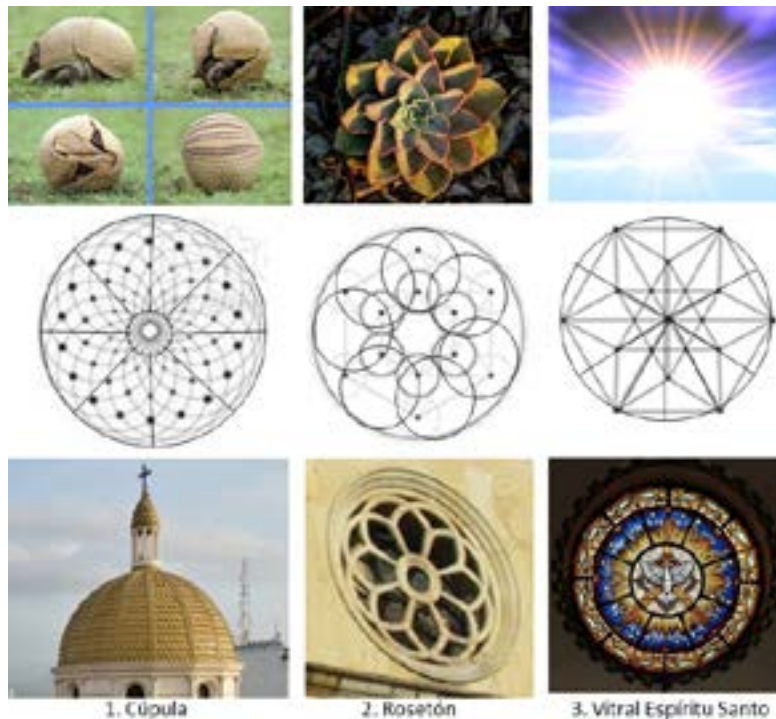


Figura 2. Gráfico interpretativo (naturaleza-geometría y arquitectura) del patrón geométrico y fractal en el templo. 1. Cúpula. Patrones de rotación mosaico en 2 Rosetón 3. Vitral del espíritu santo.

Fuente: elaboración propia.

Otro elemento muy visible es el rosetón en piedra ubicado en la fachada principal de la catedral, que tiene 3.2 metros de diámetro con un área de 7,25 m² dispuesto a 12.64 m sobre el nivel del suelo (Vergel, Delgado y Díaz, 2020a). Concentra la atención en la parte superior del frontón. Se trata de un círculo perfecto formado por tres arquivoltas concéntricas abocinadas. Desde el núcleo central perforado, se dispersan ocho vanos ovoides en dirección radial, como resultado de la reproducción y la conjugación de ocho círculos a menor escala que el diámetro neto del rosetón (ver imagen 2). De esta caracterización, Barragán (2014) comenta que “[...]una propiedad fundamental de los fractales es la autosimilitud o autosemejanza, que se refiere a una cierta invariabilidad con relación a la escala, o dicho de otro modo al acercarse

a ciertas partes de la forma reaparece en miniatura la forma total.” (pág.64) Este autor refiere su forma circular al sol, de manera que los radios eran interpretados como rayos y en época medieval su significado adquirió un valor polivalente.

Relacionado con el rosetón, otro ejemplo identificado por cuenta de autosimilitud de sus piezas, la repetición, los colores y el ritmo, es el vitral del Espíritu Santo ubicado en el ábside, configurando en una estructura circular concéntrica de 3.25 m de diámetro, cuyos cristales se orientan a través de un esquema radial originados a partir del círculo central (ver imagen 2). La corona intermedia, con una estructura igualmente radial está conformada por 592 fragmentos de vidrio en tonalidades

amarillas y azules, significando la luz, las leguas de fuego y el cielo, así la composición en un 84% del vitral del Espíritu Santo demuestra una dependencia simétrica en una composición radial en sus coronas. (Vergel, Díaz & Delgado 2021). Por su parte, entre los elementos decorativos se distingue en la nave central las cuatro lámparas colgantes que penden de las bóvedas de escrucería en medio de rigor euclídeo en la espacialidad del templo de la catedral. La denominación correcta es lámpara chandelier (ver imagen 3), cuyos orígenes en la Francia medieval, las socializa Rodríguez (2015) en (Díaz, Vergel, & Delgado 2021) c. al comentar, que esta lámpara inicialmente haya su forma del conjunto de velas en una base cruciforme que se elevaban a una altura por una cuerda o cadena colgando de un gancho para iluminar los espacios. Luego al evolucionar, se suprimieron las velas supliéndolas por un conjunto de bombillas de energía eléctrica, sobre la estructura de anillos con candelabros.

ANÁLISIS DE LA CURVA DE VON KOCH.

El análisis de este prototipo de estilo neoclásico, permite observar que la chandelier de mayor tamaño, tiene unas dimensiones aproximadas de 2 metros de diámetro y 3 metros de altura y un peso alrededor de 1,5 toneladas, por cuanto sus 5000 cristales eslabonados, 70 focos y la inclusión de latón para conformar sus coronas. Esta composición se convierte en punto focal, muy atractivo apoyando el concepto de direccionalidad al altar. Su forma se puede comparar con la figura de copo de nieve. De esta manera intuitiva se identifica la curva de Koch con el contorno de la lámpara chandelier. Este es un ejemplo clásico de fractal lineal, junto con el Conjunto de Cantor, Triangulo de Sierpinski, entre otras.” (Valdés, 2016, Pág. 13). Este autor define los fractales lineales como aquellos que se construyen con un simple cambio de escala, como lo son los conjuntos fractales creados

por el hombre con figuras sencillas (rectas, triángulos, entre otros.) y la mezcla de ellas.

Profundizando en el concepto de la Curva de Koch, esta fue ideada por Niels Fabián Helge Von Koch, en el año 1904 (Ventura 2019) y su forma tríadica, es la conocida como copo de nieve, con una dimensión $D = \log 4 / \log 3 = 1.2618$, con una razón de homotecia (r) igual a $1/3$, al construir la forma tríadica, se considera el triángulo equilátero de 1 unidad (fase 0), como parte de esta figura; luego se divide cada segmento en tres partes iguales de $1/3$ y el segmento del medio se elimina (fase1), finalmente este proceso se tiene que repetir infinitas veces en cada uno de los segmentos que tiene la nueva figura (fase 2 y 3) (ver imagen 3). Bajo esta lógica, se puede evidenciar que el reviro es la iteración de solo un lado del triángulo para construir la Curva de Koch, reiterado infinitas veces. Esta figura presenta su límite para reforzar la identificación y formación de patrones, por ello es útil como herramienta para describir su comportamiento. Al estudiar el Triángulo de Koch, aplicado al perímetro de la lámpara chandelier de la catedral ubicada en la nave central, se debe tener en cuenta que el área de la curva no se puede obtener, pero si del Triángulo de Koch y cada segmento inicial que mide 1 unidad. Así en la construcción de la figura, la cantidad de segmentos que aparecen es igual a n , donde la longitud de cada uno de estos segmentos corresponde a $1/n$. Por lo tanto, la mejor aproximación al perímetro de la lámpara no es una curva simple, esta curva tiene una infinidad de picos que se repiten en varias escalas auto similares, simétricas y sin tangentes. Se puede determinar también que la Curva de Koch tiene un perímetro infinito, mientras que su área tiende a un número finito. De esta manera en el patrón inicial de la figura fractal observada en la lámpara, donde la línea inicial se divide en tres partes iguales (ver imagen 5), se puede observar , aplicado a un ejercicio de interacción donde el patrón da como

resultado 4 partes por línea hasta cuantas veces se desee. Por consiguiente, se puede afirmar que a pesar de la simplicidad de la construcción geométrica de la Curva de Von Koch, proveniente del análisis de la lámpara chandelier de la nave central de la catedral, la figura resultante es bastante compleja. Así, su construcción basada en un segmento dividido en tres partes iguales, donde se prescinde del segmento central, y con cada uno de los dos segmentos restantes, se pueden dividir de la misma manera de modo infinito hasta caracterizar el conjunto de Cantor. Este fractal lineal en definitiva es perfecto para representar una forma de la naturaleza concediendo una mirada los fundamentos topológico-matemáticos, aportando a exploraciones morfológicas, estructurales y teóricas en la arquitectura.

CONCLUSIONES

La arquitectura sagrada de la catedral, con inspiraciones historicistas materializadas en el tradicional eje litúrgico consolida un edificio de superficies cuadriformes con rigor geométrico de patrón euclídeo. Sin embargo, algunos elementos arquitectónicos y ornamentales rompen esta estática con morfologías orgánicas definidas por la geometría fractal. Se presentan la cúpula, el rosetón, el vitral de Espíritu Santo y la lámpara chandelier de la nave central como ejemplo susceptible de análisis de parametrización fractal. Se especifica que la geometría fractal es una herramienta para la interpretación de formas de la naturaleza y también en diferentes disciplinas como la arquitectura. De este modo los fractales descritos corresponden a los denominados auto semejantes, identificados como aquellos que permiten realizar un cambio de escala en las mismas proporciones sobre las direcciones espaciales donde se encuentran manteniéndose las propiedades de distribución al cambio de la escala, como se observó en el análisis de la lámpara chandelier, cuya forma geométrica se concertó en relación al concepto

de la Curva de Koch, forma trídica, conocida como copo de nieve. Estos análisis además de permitir una estrategia de exploración morfológica y paramétrica, puede introducir o enseñar distintas formas de analizar y observar fenómenos o elementos de la arquitectura como lo son sucesiones, series, perímetros, áreas, dimensiones etc. También poseen aplicaciones con fundamentos topológico-matemáticos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Díaz, Y., Delgado, J. y Vergel, M. (2021) a. Representaciones socioespaciales en la memoria histórica de la catedral y su entorno urbano en San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 10(4), 376-387.
- Díaz, Y., Vergel, M. y Delgado, R. (2020) a. Modelo geométrico y arquitectónico de la cúpula mayor en San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 9(3), 160-166.
- Díaz Umaña, Y., Delgado Rojas, J. A., & Vergel Ortega, M. (2020) b. La geometría constructiva del cimborrio de la catedral de San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 9(12), 294–299. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i12.1156>
- Díaz-Umaña, Y., Vergel-Ortega, M. & Delgado-Rojas, J. A. (2021) c. Entre las Torres de San Jose. Entre las torres de San José. Aproximaciones al arte, arquitectura y geometría de la catedral. ECOE ediciones. Bogotá.
- Barragán, Alejandro (2014). La geometría fractal como instrumento generador en la arquitectura. https://issuu.com/alejandrojailil/docs/la_geometr__a__fractal_como_instrume

- Martínez, Celia (2016). Objetos fractales y arquitectura. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Valencia. Grado en Fundamentos de la arquitectura. <https://riUNET.upv.es/bitstream/handle/10251/58637/MART%20C3%20DNEZ%20-%20MAT-F0020.%20Objetos%20fractales%20y%20arquitectura.pdf?sequence=1>
- Vergel Ortega, M., Díaz Umaña, Y., & Delgado Rojas, J. A. (2021) b. Luz, símbolo y revelaciones a través del papiro de Jeremías y la presencia de la virgen María en la catedral de San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 9(11), 272–281. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i11.1130>
- Vergel Ortega, M., Díaz Umaña, Y., & Delgado Rojas, J. A. (2021). Dependencia geométrica en la composición del vitral del Espíritu Santo en la catedral de San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 10(8), 312–320. <https://doi.org/10.36260/rbr.v10i8.1407>
- Valdés, Patricio (2016). Introducción a la geometría fractal. Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas – Chile http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1998/3/Valdes_Vasquez_Patricio.pdf
- Vergel Ortega, M., Díaz Umaña, Y., & Delgado Rojas, J. A. (2020) b. Luz, símbolo y revelaciones a través del papiro de Jeremías y la presencia de la virgen María en la catedral de San José de Cúcuta. *Revista Boletín Redipe*, 9(11), 272–281. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i11.1130>
- Ventura, Dalia (2019). Fractales: qué son esos patrones matemáticos infinitos a los que se les llama “la huella digital de Dios”. *BBC News Mundo* <https://www.bbc.com/mundo/noticias-50604356>
- Rufino Iturriaga, Rufino y Jovanovich, Carina (2012). Los fractales y el diseño en las construcciones. *TRIM*, 5 (2012), pp. 5-19 http://www5.uva.es/trim/TRIM/TRIM5_files/FRACTALES.pdf
- Samper, A., Herrera, B. (2015). Análisis de comparación fractal de la Sagrada Familia con las Catedrales Góticas. *Informes de la Construcción*, 67(538): e072, doi: <http://dx.doi.org/10.3989/ic.13.119>.
- Valdés, Patricio (2016). Introducción a la geometría fractal. Universidad del Bío-Bío. Sistema de Bibliotecas – Chile http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1998/3/Valdes_Vasquez_Patricio.pdf