RECIBIDO EL 9 DE JULIO DE 2021 - ACEPTADO EL 9 DE OCTUBRE DE 2021

TRES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS QUE DAN SIGNIFICADO AL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE NÚMERO: PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA PREESCOLARES

THREE SEMIOTIC REPRESENTATIONS THAT GIVE MEANING TO THE LEARNING OF THE CONCEPT OF NUMBER: PROPOSAL OF A DIDACTIC STRATEGY FOR PRESCHOOLERS

Fabio Durán Salas[1]

Universidad de San Buenaventura.

RESUMEN

El número es un concepto fascinante e interminable que se ha investigado como objeto matemático, psicológico y filosófico. Numerosos estudios describen cognitivamente la facilidad y los obstáculos que trae consigo la adquisición del número cardinal y del número ordinal, pero son muy pocos los que proponen estrategias didácticas para lograr el aprendizaje numérico. Esta investigación propone una estrategia didáctica para el aprendizaje con significado del concepto de número fundamentada en las representaciones semióticas de tipo gráfico, simbólico y semántico que se obtuvo como resultado de un estudio longitudinal por tres años consecutivos con una misma población de preescolares desde los 3 a los 5 años explicada con múltiples ejemplos para que los profesores puedan diseñar y aplicar actividades didácticas en clase.

PALABRAS CLAVES: Estrategia didáctica, triadas de significación, concepto de número, representaciones semióticas

ABSTRACT

The number is a fascinating and endless concept that has been researched as a mathematical, psychological, and philosophical object. Numerous studies describe cognitively the ease and obstacles involved in acquiring cardinal numbers and ordinal numbers, but very few propose didactic strategies to achieve numerical

1 *Candidato a doctor en ciencias de la educación de la Universidad de San Buenaventura (Colombia). Integrante del grupo de investigación ESINED (USB-Medellín). Correo electrónico: fabio.duran@aspaen.edu.co. Orcid: https://orcid.org/0000-0003-1153-5441*

learning. This research proposes a didactic strategy for learning with meaning the concept of number based on semiotic representations of graphic type, symbolic and semantic results obtained as a result of a longitudinal study for three consecutive years with the same preschool population from 3 to 5 years explained with multiple examples so that teachers can design and apply activities.

KEYWORDS: Didactic strategy, triads of significance, number concept, semiotic representations

1. INTRODUCCIÓN

En clase de matemáticas una niña dice espontáneamente: "Estamos rodeados de números" el profesor le pregunta: "¿Por qué dices eso?". La niña responde: "porque están por todos lados, están en el despertador, en las monedas, en el control de la televisión y en la sopa que me prepara mi abuelita. Todo, todo es número". Sin duda, estudios recientes sobre la actividad matemática y su comprensión, están dirigidos a investigar los diferentes procesos de significación que realizan los estudiantes en el aula de clase cuando entran en contacto con conceptos u objetos matemáticos por medio de las representaciones semióticas (D'Amore, 2006; Duval, 2017b; Godino & Batanero, 1994; Radford, 2006). Así es, el número y sus representaciones numéricas están estrechamente ligadas al ser humano, pues una representación numérica puede tener diferentes significados dependiendo del contexto en el que se emplean (Wiese, 2003). Por ejemplo, "5" es una representación semiótica de un número que puede ser aplicada para medir (5 centímetros), para numerar (camiseta número 5), para ordenar (quinto puesto de la fila), para operar (5+2), como secuencia lingüística (una silla, dos sillas, tres sillas, cuatro sillas, cinco sillas) y como código (5% de descuento en frutas) y que puede representarse gráficamente como: I I I I I. Cualquiera de estas representaciones semióticas del número son herramientas conceptuales elaboradas por el hombre para comprender y solucionar problemas de diferente naturaleza.

En efecto, para solucionar problemas de numeración y aritméticos es necesario que, en los primeros años del proceso educativo de los niños la adquisición del concepto de número tenga significado. Para esto, se deben emplear estrategias didácticas que permitan a los estudiantes desarrollar el significado del concepto de número. En las prácticas de aula es común que el significado del concepto de número inicie con estrategias que involucran la manipulación de diferentes objetos tangibles usados para desarrollar procesos cognitivos como la numerosidad, la cardinalidad y la ordinalidad de los números (Stock et al., 2009). Sin embargo, el aprendizaje empírico del concepto de número debe ir acompañado del aprendizaje de representaciones semióticas tanto icónicas como no icónicas que le permitirán un acceso holístico al conocimiento conceptual del número con significado (Kelly S, 2002)such as distributing\\n objects to people, play a greater role in early numerical development\\n than conservation-like activities, such as matching object sets. There\\n also was evidence that early number concepts are highly\\n context-dependent. Specifically, although this child represented and\\n matched equivalent sets in a few highly constrained contexts, he could\\n not do so in others. An alternative to the competence-performance\\n distinction is developed for explaining such cross-task variability. (C. Así es, diferentes investigaciones de educación matemática (Geary & Hoard, 2001; I. M. Lyons et al., 2016; Narens & Luce, 1986; Peters et al., 2018; Rapin, 2016)counting, and arithmetic competencies\\nof children with a learning disability in arithmetic (AD afirman que, el aprendizaje con significado de los conceptos numéricos se construye por la interacción entre lo práctico y lo abstracto, y a la posterioridad, dichos aprendizajes serán predictores de éxito académico, social y económico de los individuos.

Por tanto, es relevante que, en los primeros años de escolaridad los sistemas educativos den prioridad al aprendizaje del concepto de número puesto que, el número y sus representaciones semióticas son las bases de la axiomatización y aprendizaje de la aritmética de los siguientes años escolares y necesarios para la comprensión del mundo contemporáneo. Por lo tanto, el aprendizaje del concepto de número sería más fácil y sus dificultades serían menos frecuentes, si se tienen en cuenta dos aspectos ontogenéticos como la edad de los estudiantes y sus diferentes niveles de procesamiento cognitivo en la construcción de los conceptos de cantidad, seriación, cardinalidad y comparación (González-Moreno et al., 2012).

En ese orden de ideas, esta investigación centró su interés en el entretejido semiótico que realizan los estudiantes de educación inicial en la construcción del concepto de número al relacionar diferentes tipos de representaciones semióticas; para esto se propone la siguiente pregunta ¿Cómo las representaciones gráficas, simbólicas y semánticas de la numeración le dan significado al aprendizaje del concepto número? Para resolver este interrogante realicé un estudio a las prácticas de numerosidad, cardinalidad, ordinalidad, composición y descomposición numérica desarrolladas en el aula por preescolares con desde los 3 a los 5 años con el objetivo de proponer una estrategia didáctica para la adquisición del concepto de número con significado.

2. MARCO TEÓRICO

*2.1. **Representaciones semióticas y la adquisición del conocimiento matemático:***

"En matemáticas las representaciones semióticas no son solo indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma" (Duval, 2017a, p. 45). De ahí, la importancia de tener una aproximación a la definición de representación semiótica, pues es esencial para poder entender cómo los objetos matemáticos, entre los que está el concepto de número, se pueden enseñar a través de diferentes registros para un aprendizaje con significado. Así pues, un acercamiento a la definición de representación semiótica relacionado con la adquisición del conocimiento matemático puede ser definido como un "cambio de forma en que un conocimiento está representado" (Duval, 2017a, p. 59). Es decir, las representaciones semióticas son relativas a un sistema específico de signos que pueden ser semánticos, alfanuméricos o gráficos (Duval, 2017b), y cuya característica principal es la creación de nuevos *sistemas semióticos*, que se forman cuando se pasa de una representación a otra representación equivalente (Duval, 2006). Esto quiere decir que, si se tiene una representación de tipo semántico se puede sustituir o convertir en otra representación ya sea de tipo alfanumérico o de tipo gráfico, sin alterar la esencia del conocimiento que se quiere adquirir; de esta manera es como se dota de significado al concepto que se pone en un plano de enseñanza y aprendizaje (Fig. 1).

Figura 1

Sistema semiótico para la adquisición de conceptos matemáticos con significado

Nota: los sistemas semióticos integran tres tipos de representaciones formando triadas

La Figura 1 muestra dos características fundamentales de este sistema semiótico, la primera, la relación uno a uno de cada representación semiótica facilitando las conversiones entre ellas y la segunda es, la integración global del sistema para proporcionar significado al aprendizaje de los conceptos.

2.2. ***Creación de sistemas semióticos para el aprendizaje de conceptos matemáticos con significado:***

Los sistemas semióticos para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos se caracterizan por su flexibilidad en su desarrollo didáctico (Fandiño, 2010; Godino, 2003) pues, didácticamente la construcción del conocimiento matemático está estrechamente ligado a usar varios registros de representación de dichos conceptos con el objetivo de para crear nuevos sistemas semióticos (D'amore et al., 2013). De ahí que, el proceso de adquisición conceptual empieza con una representación semiótica inicial del sistema que puede ser de tipo gráfico, simbólico o semántico. La función de la representación inicial es crear múltiples conversiones semióticas equivalentes del mismo concepto matemático formando así triadas de significación conceptual, como se caracterizan a continuación (Tabla 1):

Tabla 1

Sistemas semióticos para el aprendizaje de conceptos matemáticos

Triadas de significación	Caracterización de las representaciones de la triada
(R_I, R_{C1}, R_{C2})	R_I: representación inicial que define las características del concepto matemático y la relaciona con la herramienta didáctica para el aprendizaje
	R_{C1}: es una conversión equivalente de R_I y también representa al concepto matemático directamente
	R_{C2}: es otra conversión equivalente de R_I y equivalente a R_{C1} así mismo, representa al concepto matemático directamente

Nota: relaciones entre representaciones semióticas que componen las triadas del sistema semiótico

De esta manera, se forman las tríadas de significación (R_I, R_{C1}, R_{C2}) para el aprendizaje de conceptos matemáticos y cuyas características son las siguientes:

1- El sistema semiótico (R_I, R_{C1}, R_{C2}) representa al mismo concepto matemático con diferentes tipos registros
2- El sistema semiótico (R_I, R_{C1}, R_{C2}) al igual que cada representación, es una yuxtaposición del concepto matemático empleado para su aprendizaje y aplicación pero, no es el concepto mismo (D'Amore, 2008; Duval, 2017b; Fandiño, 2010).
3- El sistema semiótico (R_I, R_{C1}, R_{C2})
Se puede aplicar en diferentes situaciones contextuales en donde el concepto matemático sea una herramienta para solucionar problemas.

Por lo anterior, se puede definir la cantidad de los nuevos de sistemas semióticos que se pueden crear con las representaciones semánticas, simbólicas y gráficas; así mismo, se establece el orden entre las conversiones que contienen las tríadas de significación para el aprendizaje de los conceptos matemáticos (Tabla 2):

Tabla 2

Seis triadas para el aprendizaje de conceptos matemáticos

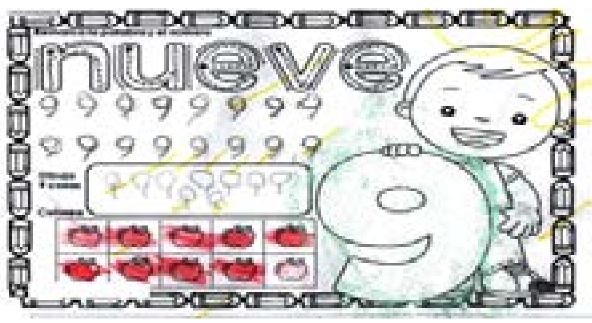
Representación inicial de la triada de significación	Caracterización de las representaciones de la triada (R_I, R_{C1}, R_{C2})	Creación de nuevos sistemas semióticos para el aprendizaje del concepto de número
R_I =semántica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo simbólica	**Triada 1:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (semántica, simbólica, gráfico)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo gráfico	
R_I =semántica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo gráfico	**Triada 2:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (semántica, gráfico, simbólica)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo simbólica	
R_I =simbólica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo semántico	**Triada 3:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (simbólica, semántica, gráfico)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo gráfico	
R_I =simbólica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo gráfico	**Triada 4:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (simbólica, gráfico, semántico)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo semántico	
R_I =gráfica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo semántico	**Triada 5:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (gráfico semántica, simbólica)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo simbólica	
R_I =gráfica	R_{C1}: es una conversión equivalente de tipo simbólica	**Triada 3:** (R_I, R_{C1}, R_{C2}) (gráfico, simbólica, semántica)
	R_{C2}: es una conversión equivalente de tipo semántico	

Nota: representaciones iniciales y especificación de las triadas de significación

La Tabla 2, precisa cada una de las tríadas de significación del proceso didáctico que da significado al aprendizaje del concepto de número a partir de la numerosidad, cardinalidad, ordinalidad, composición y descomposición numérica. Por ejemplo, para desarrollar el concepto de numerosidad el profesor toma como referente la triada 1 (semántica, simbólica, gráfica) y diseña un sistema semiótico acorde con la edad de los estudiantes para darle significado al concepto de número "9" como se muestra a continuación (Fig. 2):

Figura 2

Ejemplo de un sistema semiótico para el aprendizaje del número nueve



Nota: se integran representaciones semánticas, simbólicas y gráficas para la adquisición del 9

La Figura 2 muestra un sistema semiótico intencionalmente diseñado para el aprendizaje del concepto de número "9". Esta actividad funcionalmente integra los trazos de un registro semántico-escrito de la palabra "nueve" con trazos simbólicos-escritos del número "9" junto con dos entornos gráficos, como el colorear la cantidad de manzanas (explícito en la actividad) y un ideograma de nueve elementos. La integración de estas conversiones semióticas abre la puerta para al aprendizaje con significado de un número específico, que para este caso es el número "9".

2.3. Sistemas semióticos y triadas de significación para el aprendizaje de concepto de número:

El aprendizaje del concepto de número es un enorme desafío didáctico, puesto que, tanto profesores como estudiantes se enfrentan a un problema que ha tomado siglos de rigurosidad matemática, filosófica y psicológica. Para García-Baró (1993) el número puede ser comprendido a partir de dos hipótesis; la primera, considera que el concepto de número puede tener una perspectiva de *cantidad* y la segunda, el concepto de número puede ser entendido desde una visión *conjuntista*. Mientras que, para Husserl (1972) el análisis del concepto número establece dos categorías, los *cardinales* que son los números de los conjuntos y los *ordinales* que son los números de las series. Esta investigación parte de estos cuatro principios epistemológicos y los pone en el plano del aprendizaje al crear diversos sistemas semióticos a partir de triadas que integran tanto funcionalmente y ordenadamente las representaciones semióticas de tipo semántico que pueden ser orales o escritas, de tipo simbólico que son numéricas y de tipo gráfico que son ideogramas (Fig. 3):

Figura 3

Sistema semiótico para el aprendizaje del concepto de número con significado

Nota: las triadas de significación del concepto de numero están compuestas ideogramas, simbolismo numérico y estructuras semánticas orales y escritas

Las combinaciones entre las representaciones semióticas del número (Fig. 3) dan origen a nuevos sistemas semióticos conformados por triadas de significación que son un potencial didáctico para el proceso de aprendizaje del concepto de número que se emplean para programar y desarrollar en clase. Los nuevos sistemas semióticos numéricos se pueden apreciar en la Tabla 3:

Tabla 3

Sistemas semióticos para el aprendizaje del concepto de número

	Representación inicial de la triada de significación para el aprendizaje de concepto de número	Sistemas semióticos para el aprendizaje del concepto de número (R_I, R_{C1}, R_{C2})	
	R_I =semántica	Triada de significación	
1	Oral	1.1 (oral, ideograma, numérico)	1.2 (oral, numérico, ideograma)
	Escrito	1.3(escrito, ideograma, numérico)	1.4 (escrito, numérico, ideograma)
	R_I =gráfico	Triada de significación	
2	Ideograma	2.1 (ideograma, oral, numérico)	2.2 (ideograma, oral, numérico)
		2.3 (ideograma, escrito, numérico)	2.4 (ideograma, numérico, escrito)
	R_I =simbólico	Triada de significación	
3	Numérico	3.1 (numérico, oral, ideograma)	3.2 (numérico, ideograma, oral)

Nota: triadas de significación para el aprendizaje del número y diseño de actividades didácticas

La tabla 3 muestra tres tipos diferentes de representaciones iniciales asociadas a cuatro tríadas de significación, cada una de ellas define un orden en las conversiones del concepto de número para alcanzar un objetivo didáctico; por ejemplo, el profesor planea crear una herramienta didáctica para evaluar la cardinalidad por medio de un dictado para esto, toma como recurso la triada 2.1 (ideograma, oral, numérico). De ahí que, el profesor diseñe un ideograma circular para sobreponer los símbolos-numéricos dictados oralmente a los estudiantes, como se muestra en la Figura 4:

Figura 4

Ejemplo del uso de la triada 2.1 como actividad didáctica el dictado de números

Nota: el sistema semiótico está compuesto por ideogramas, palabras-orales, números

La figura 4 muestra el diseño de un sistema semiótico que tiene como propósito identificar las fortalezas y debilidades del dominio conceptual de la cardinalidad para dotar de significado al aprendizaje de los diez primeros números naturales. Para esto, el profesor elabora un ideograma con diez círculos, para que los estudiantes sobrepongan en cualquiera de ellos, la conversión simbólica-escrita de cada palabra numérica que dicta aleatoriamente el profesor. El dictado es una herramienta muy común en la básica primaria, pues permite evaluar el dominio de las reglas lingüísticas a partir de conversiones orales a textuales que los estudiantes deben aprender (Cicres & Llach, 2019). También, el dictado de cifras es una práctica frecuente en la escolaridad y en la cotidianeidad de las personas puesto que, la escritura numérica le da significado al contexto en el que se desarrolla.

2.4. ***Configuración didáctica para el aprendizaje conceptual del número: numerosidad, cardinalidad, ordinalidad, composición y descomposición numérica***

Las teorías psicológicas de la cognición, han dividido al concepto de número en dos categorías: la simbólica y la no simbólica o también llamada subitización (I. Lyons, 2015). La categoría simbólica del concepto de número refiere a cantidades explícitas del conteo como la cardinalidad y la ordinalidad, y sus conversiones semánticas son de tipo escrito con números Indo-arábigos y de tipo oral con palabras numéricas habladas; mientras que, la subitización del concepto de número refiere a la estimación de cantidades que posee un conjunto a través de la percepción y no por el conteo directo de elementos (Benoit et al., 2004), es por esto que, la subitización emplea semánticamente calificativos orales como muchos, pocos, más, menos, grande, mediano, pequeño para obtener aproximaciones de numerosidad; así mismo, la subitización emplea escritura icónica principalmente números indo-arábigos para etiquetar conjuntos con pocos elementos.

2.4.1. ***La numerosidad: experiencia didáctica para el aprendizaje con significado de concepto del número***

Es importante destacar que el concepto de número es una facultad del lenguaje, las cuales establecen relaciones entre números que están vinculados a relaciones entre objetos (Vukovic & Lesaux, 2013; Wiese, 2003). Este es un principio básico de la numerosidad que se emplea en el diseño y aplicación de experiencias didácticas que dan inicio al aprendizaje con significado del concepto de número en los primeros años de la escolaridad. En efecto, la numerosidad implica dos aspectos evolutivos del aprendizaje numérico (Fig. 5); primero, la numerosidad no simbólica referida a los procesos de la subitización se fundamenta en la adquisición de un lenguaje prenumérico (Benoit et al., 2004; Carey et al., 2017) (Fig. 5a) y la segunda, la numerosidad icónica se refiere a la integración semántica con los símbolos numéricos asociados al conteo hasta 8 elementos (Benoit et al., 2004; Carey et al., 2017; Slusser & Sarnecka, 2011) (Fig. 5b) .

Figura 5

Representaciones semióticas de la numerosidad simbólica y no-simbólica

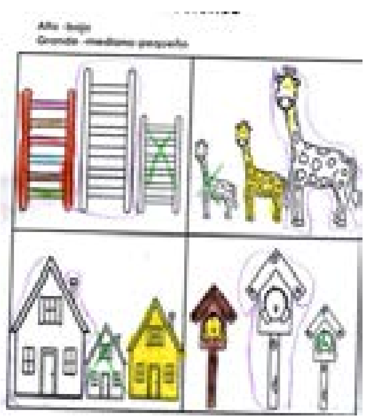


Fig.5a la numerosidad y el lenguaje prenumérico

Fig. 5b La numerosidad y el lenguaje numérico

La Figura 5a muestra cuatro representaciones gráficas de diferentes tamaños. El profesor les pide a los estudiantes oralmente que encierren el grande, coloreen el mediano y marquen el pequeño. La planeación y ejecución de este tipo de actividades prenuméricas tienen como objetivo establecer la relación palabra (oral)-objeto que son indispensables en la cardinalidad; además, tiene igual importancia para la ordinalidad puesto que, el tamaño de los objetos define un orden o secuencia; en ambos casos, es relevante para el proceso de significación numérica por la asociación entre las representaciones semánticas y las representaciones gráficas (Meyer et al., 2018). La Figura 5b, muestra la transición entre la subitización y el inicio de la cardinalidad. Esta transición avanza por el enriquecimiento del aprendizaje numérico de los estudiantes en dos estadios que se desarrollan simultáneamente, uno es la ampliación y formalización del vocabulario matemático, por ejemplo, reemplazan la palabra "muchos" por las palabras "más que" y "uno más" al comparar dos conjuntos con diferente cantidad de elementos (Meyer et al., 2018), sincrónicamente, los estudiantes realizan los primeros trazos del simbolismo numérico para entrelazar las representaciones semánticas-orales con ideogramas-conjuntistas creando así triadas de significación como la 1.1 (oral, ideograma, numérico) y 1.2 (oral, numérico, ideograma) (ver Tabla 3).

2.4.2. *Cardinalidad y ordinalidad: prácticas didácticas para el aprendizaje con significado del concepto de número*

Diversos estudios han mostrado que el aprendizaje consciente del número inicia antes de la escolarización alrededor de los 2 años de edad con algunos juegos y actividades en el hogar siendo desarrollo continuo, complejo y multifacético (Benoit et al., 2004; Gelman & Butterworth, 2005; Ian M. Lyons & Ansari, 2015). Así mismo, las teorías del desarrollo conceptual afirman que los niños de 3 años aprenden de memoria y secuencialmente las primeras palabras de números como "uno", "dos", "tres" y "cuatro" sin sentido numérico, pero tienen un avance conceptual bastante rápido para determinar el cardinal; sin embargo, para los números más grandes les toma más tiempo comprender el cardinal de un conjunto con mayor cantidad de elementos (Mou et al., 2021). Debido a la limitante que presentan los estudiantes en el conteo de elementos de un conjunto con cantidades superiores a 4, es necesario implementar estrategias didácticas fundamentadas en sistemas semióticos que le permitan al estudiante avanzar en el aprendizaje conceptual del número, para esto se debe tener en cuenta: (i) sistema semiótico con los dedos de la mano, numeración, expresiones orales o escritas (triadas 2.2 y 2.4 ver Tabla 3); (ii) sistema semiótico de conjunto a número (triadas 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4 ver Tabla 3); (iii) sistemas semióticos de número a conjunto (triadas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 ver Tabla 3). Así pues, Para i) el desarrollo del conteo de los dedos y la integración con el simbolismo y la semántica llevan al estudiante a superar la barrera del cardinal de 4 elementos pues, se establece una relación natural entre el cuerpo, la escritura y lectura numérica

(Figura 6):

Figura 6

Representaciones semióticas de la cardinalidad

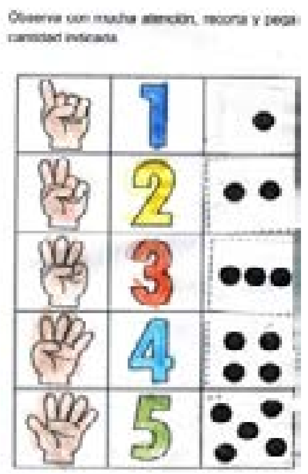
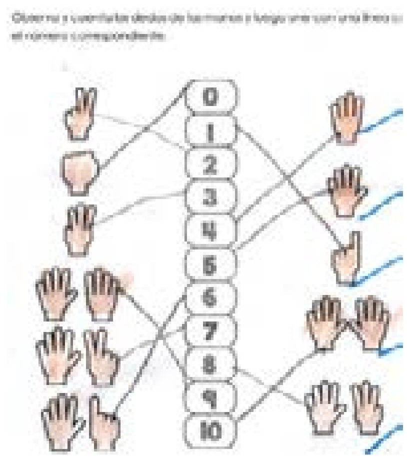
	

Fig.6a El número único sucesivo hasta 5	Fig. 6b El número único sucesivo hasta 10

La Fig.6a presenta la función del número sucesor, la cual establece que, cada número "N" tiene un único número "N+1" (Mou et al., 2021), de esta manera se designa, a cada ideograma de la mano le corresponde un único símbolo numérico y el valor exacto de la cantidad de elementos de un conjunto, así pues, se construye el significado cardinal de los 5 primeros números naturales acompañado por el uso de los dedos (Colomé & Noël, 2012)4-, and 5-year-old children were tested in two tasks requiring the use of number words in both cardinal and ordinal contexts. Understanding of the counting principles was also measured by asking the children to assess the correctness of a cartoon character's counting in both contexts. In general, the children performed cardinal tasks significantly better than ordinal ones. Tasks requiring the production of the number for a given quantity or position were solved more accurately than those testing the ability to select a set of n objects or the object in the nth position. Different profiles were obtained for the principles; those principles shared by the two contexts were mastered earlier in the cardinal context. Regarding order (ir. La Fig. 6b muestra la introducción del número cero al sistema numérico y la construcción de la decena. Para Öçal & Kızılta (2019) el número cero es muy difícil de aprender porque los niños tienen una percepción limitada del número cero ya que, en ocasiones no lo reconocen como un número. En efecto, el mayor obstáculo en el aprendizaje del número cero es el referente conteo-número pues, mientras que los otros números representan cantidades específicas de la cardinalidad, el cero representa ausencia de cantidad. Es por esto que, el número cero debe introducirse con cuidado, con el tiempo necesario de aprendizaje y relacionado al concepto de “nada” (Öçal & Kızıltaş, 2019). De ahí que, el profesor dé continuidad a los ideogramas de los dedos de la mano, cuya representación gráfica para el cero es una mano cerrada y se asocia a la representación simbólica “0” (uso de la triada 2.2). Así que, la introducción del cero significa que hay un número menor o anterior al “uno” y se emplea para componer simbólicamente otros números como el “10” (Öçal & Kızıltaş, 2019), que se puede contar y representar con todos los dedos de las manos. En lo concerniente, al aprendizaje de la cardinalidad con (ii) la conversión de conjunto a número (Fig.7b) y (iii) la conversión de número a conjunto (Fig. 7a) se encuentran diferencias conceptuales en el proceso de la construcción del significado de cardinalidad (Fig. 7).

Figura 7

Conversiones semióticas para la cardinalidad

Fig.7a Cardinalidad de número a conjunto

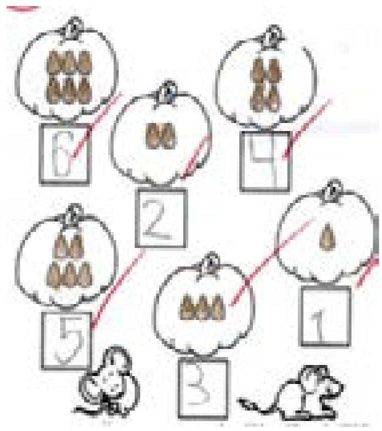


Fig. 7b Cardinalidad de conjunto a número

Mou et al., (2021) explica las diferencias conceptuales que se observan en la Figura 7 y que están representadas en las figuras 7a y 7b. En la Fig. 7a, el profesor requiere que el estudiante cree un conjunto de objetos para un cardinal dado y respondan a la pregunta ¿Me puede dar doce chupetas?, ¿Puede pintar dieciséis canicas?, ¿Puede dibujar veinte figuras? (triadas 3.2 y 3.4 ver Tabla 3); mientras que, en la Fig. 7b, el profesor requiere que los niños determinen el cardinal de un conjunto dado y respondan a la pregunta ¿Cuántas semillas hay dentro de cada calabaza? (triadas 2.2 y 2.4 ver Tabla 3). Las dos experiencias desarrolladas por los estudiantes con sentidos semánticos diferentes y con propósitos diferentes, ponen en evidencia el dominio conceptual del número cardinal puesto que, se emplean dos raciocinios distintos que apuntan de igual manera al desarrollo del significado del concepto de número. Ahora bien; existen tanto similitudes como diferencias entre los números cardinales y los números ordinales. Para (Meyer et al., 2018) el principio de correspondencia uno a uno y el principio de orden estable, que son determinantes para definir la cardinalidad de un conjunto; son semejantes para los números ordinales pues, el principio de ordinalidad refiere al lugar que tiene un elemento específico contado en el conjunto y el principio de relevancia del orden refiere a la clasificación del elemento en relación a todo el conjunto; así mismo, los cardinales y los ordinales necesitan representaciones semánticas para expresar totalidades y posiciones. Sin embargo, las diferencias conceptuales entre los números cardinales y ordinales se encuentran precisamente en el seno semántico pues, en un contexto cardinal la palabra numérica hace referencia a cuántos elementos hay en un conjunto, ejemplo “hay dos lápices” mientras que, en el contexto ordinal la palabra numérica refiere a la posición de un conjunto, ejemplo “el segundo lápiz” (Colomé & Noël, 2012)4-, and 5-year-old children were tested in two tasks requiring the use of number words in both cardinal and ordinal contexts. Understanding of the counting principles was also measured by asking the children to assess the correctness of a cartoon character’s counting in both contexts. In general, the children performed cardinal tasks significantly better than ordinal ones. Tasks requiring the production of the number for a given quantity or position were solved more accurately than those testing the ability to select a set of n objects or the object in the nth position. Different profiles were obtained for the principles; those principles shared by the two contexts were mastered earlier in the cardinal context. Regarding order (ir. En efecto, las formas lingüísticas ordinales como primero, segundo, tercero…, que dan significado a la ordinalidad son muy difíciles de aprender Meyer et al. (2018) y se ha demostrado que el aprendizaje significativo de la ordinalidad inicia entre los 6 y 7 años (Xu, 2019) con estudiantes de primaria. Sin embargo, Colomé & Noël (2012)4-, and 5-year-old children were tested in two tasks requiring the use of number words in both cardinal and ordinal contexts. Understanding of the counting principles was also measured by asking the children to assess the correctness of a cartoon character’s counting in both contexts. In general, the children performed cardinal tasks significantly better than ordinal ones. Tasks requiring the production of the number for a given quantity or position were solved more accurately than those testing the ability to select a set of n objects or the object in the nth position. Different profiles were obtained for the principles; those principles shared by the two contexts were mastered earlier in the cardinal context. Regarding order (ir aseguran que los niños entre 4 y 5 años logran vincular la posición de un número a través de secuencias del conteo no obstante, la vinculación entre el ordinal y cardinal está supeditada a la edad y al dominio conceptual del cardinal de los estudiantes (Xu, 2019); es por esto que, los niños necesitan aprender principios de conteo y aplicar claves y formas lingüísticas para poder aprender de forma complementaria al concepto de ordinalidad (Meyer et al., 2018). Dicho lo anterior, se crean diversas de actividades didácticas para introducir el número ordinal en preescolares, a partir de (i) secuencias numéricas (Fig. 8), (ii) posicionamiento en la recta numérica (Fig. 9) y (iii) relaciones de orden (Fig. 10).

Figura 8

Secuencias numéricas con términos ausentes

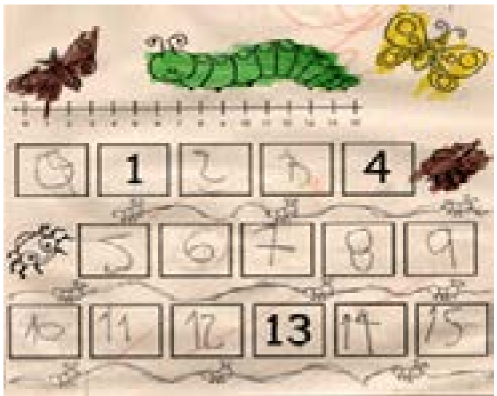
Fig.8a Secuencias pocos números ausentes

Fig. 8b Secuencias muchos números ausentes

La Figura 8 muestra dos tipos de secuencias numéricas con diferentes niveles de complejidad para introducir el concepto de ordinalidad a los 4 y 5 años de edad. La Figura 8a muestra los resultados de la secuencia de los diez primeros números que completaron estudiantes de 4 años, teniendo como referencia cinco números escritos simbólicamente en orden ascendente (1,3,5,7,10); al mismo tiempo, esta actividad sirve para asociar oralmente palabras numéricas relacionadas a la ordinalidad como; la primera niña, la segunda niña, la tercera niña, la cuarta niña y la quita niña, con el fin de integrar la numeración y la ordinalidad (triada 1.2 ver Tabla 3). La Figura 8b muestra avance en el dominio de la secuencia numérica pues, solo hay tres números (1, 4, 9) que sirven como referencia para completar ordenadamente la secuencia numérica (triada 2.4 ver Tabla 3), además, se concreta el concepto de "decena" a partir de la cardinalidad, sin embargo, hay que tener en cuenta que, solo hasta los 5 años se aprende el séptimo ordinal con sentido numérico (Colomé & Noël, 2012)4-, and 5-year-old children were tested in two tasks requiring the use of number words in both cardinal and ordinal contexts. Understanding of the counting principles was also measured by asking the children to assess the correctness of a cartoon character's counting in both contexts. In general, the children performed cardinal tasks significantly better than ordinal ones. Tasks requiring the production of the number for a given quantity or position were solved more accurately than those testing the ability to select a set of n objects or the object in the nth position. Different profiles were obtained for the principles; those principles shared by the two contexts were mastered earlier in the cardinal context. Regarding order (ir. Es evidente que, la ausencia de números guías eleva la complejidad de la secuencia para los estudiantes, pero al mismo tiempo afianza el concepto de número. Ahora bien, el ordenamiento secuencial y ascendente de números posicionados en la recta numérica tiene efectos positivos en el aprendizaje conceptual de número (Figura 9). En efecto, pues se da inicio a la transición entre el numeral cardinal (correspondencia uno a uno), y el numeral ordinal, que tiene como principio la posición visual (ideogramas-línea recta) entre dos puntos que sucesivamente demarcan igual distancia (Xu, 2019) ver Fig. 9a y Fig. 9b:

Figura 9

Asociación entre cardinalidad y ordinalidad

	
Fig.9a Cardinal hasta 9 y recta numérica	Fig. 9b Recta numérica hasta 15 y secuencias

En la Figura 9a, se observa la conversión entre el numeral cardinal (1 a 9) representado por globos (ideogramas y numerosidad) y el numeral ordinal (0 a 9) representado en la recta numérica (ideograma-geométrico y simbolismo-numérico) (triadas 2.2 y 2.4 ver Tabla 3). Así pues, los ideogramas que en la cardinalidad representan objetos tangibles y cotidianos, se transforman a ideogramas abstractos que representan distancias (Goffin & Ansari, 2016; I. Lyons, 2015; Meyer et al., 2018; Xu, 2019). Igualmente, se puede observar que la asociación entre la cardinalidad y la recta numérica le permite al estudiante completar secuenciaciones numéricas con diferentes niveles de abstracción teniendo en cuenta la ausencia de números guías. La Figura 9b es el resultado desarrollar una actividad inversa a la propuesta en la Figura 9a, pues parte de una representación gráfica como lo es una recta numérica enumerada con los 15 primeros números naturales, para completar una secuencia numérica ordenada Con tan sólo tres números guías (1,4,13). Después de realizar varias experiencias y actividades relacionadas con la cardinalidad y el posicionamiento en la recta numérica se deduce que la asociación entre la cardinalidad ordenada y el posicionamiento en la recta (numeral cardinal y numeral ordinal) es una oportunidad didáctica para el reconocimiento simbólico-numérico de números mayores a la decena, así mismo, se empieza a dejar de lado el conteo por correspondencia uno a uno de los elementos de un conjunto como medio de prolongación sucesiva del número; este acto cognitivo conlleva a la transmutación del aprendizaje numérico perceptual al aprendizaje numérico por abstracción. En cuanto a las relaciones de orden, la habilidad numérica principal para desarrollar la ordinalidad es la comparación entre valores numéricos. Los valores fueron obtenidos de las secuencias numéricas cardinales realizadas en las actividades de clase (Figura 8 y Figura 9). Así pues, las relaciones de orden se desenvuelven en dos criterios sucesivos (Figura 10); el primero, el número siguiente (Figura 10a) y segundo, la relación antes y después (Figura 10b y Figura 10c)

Figura 10

Proceso didáctico de las representaciones semióticas para las relaciones de orden

Fig 10a El único número sucesivo — Fig.10b El número anterior y el siguiente — Fig.10c Relaciones de orden de un mismo número.

Para darle sentido al aprendizaje del concepto de número por medio de las relaciones de orden, se propone un proceso de comparación numérica en tres etapas consecutivas; primero, consiste en identificar cuál es el número siguiente (Fig. 10a), este es un constructo viene desde la cardinalidad (triadas 2.2 y 2.4 ver tabla 3); segundo, consiste en establecer una representación simbólica de un número, al cual de manera independiente se define el número que va después y el número que va antes; es de resaltar que, hasta el momento sólo se había definido el número siguiente o el único sucesivo, pero con el concepto de relaciones de orden se reconoce a otro número como un único número anterior (principio de orden estable), esta es otra forma de aprender el concepto de número axiomáticamente (Fig. 10b) (triadas 2.2 y 2.4 ver tabla 3); tercero, se define un número al cual se le debe propiciar el siguiente y el anterior en una misma actividad (Fig. 10c); así mismo, es de notar que, en esta etapa los estudiantes comprenden la numerosidad en grandes números como por ejemplo 25 (triadas 2.2 y 2.4 ver tabla 3). Estas tres etapas de la ordinalidad de la estrategia para el aprendizaje del concepto de número le permiten al profesor tener un proceso detallado de la adquisición del número de cada estudiante. En conclusión, el concepto de ordinalidad Inicia cuando se definen ciertos patrones repetitivos de una secuencia, los cuales permite definir unas características específicas de cada patrón (ver Fig. 5a) para luego, convertirse en un lugar específico de la secuencia con sistema de interpretación semántico diferente a la interpretación semántica del número cardinal.

2.4.3. ***Composición y descomposición de números: La decena y el ábaco***

La composición de números consiste en unir dos o más *partes* de cantidades (numéricas) o elementos de un conjunto (gráficas), para formar un *todo* de cantidades o elementos en una única cantidad; mientras que, la descomposición numérica actúa a la inversa; es decir, una cantidad dada como un *todo* (numérico o gráfico), se puede distribuir en una o más partes de cantidades o elementos no necesariamente en partes iguales (Guerrero-Ortiz et al., 2016; Martins-Mourão & Cowan, 1998). Si bien es cierto, a lo largo de la estrategia didáctica los estudiantes han venido agrupando elementos para darle sentido al concepto de número, sin embargo, la composición y descomposición de números tiene origen didáctico en la decena (Guerrero-Ortiz et al., 2016). Una vez los estudiantes adquieren el significado de decena como la cardinalidad de un conjunto con diez unidades (Fig. 11a), el siguiente paso es, la construcción de números de gran cantidad (superiores a diez) por medio de representaciones gráficas, esto le permitirá al estudiante iniciar el conteo a partir del 10, 20, 30, … sin tener que iniciar el conteo secuencial desde 1 (Fig. 11).

Figura 11

Construcción didáctica del concepto de decena, veintena y treintena

Fig. 11a Construcción de la decena | Fig.11b Construcción de la veintena | Fig.11c Construcción de la treintena.

La figura 11a enseña como los estudiantes construyen el concepto de decena en relación a la explicación de Mou et al., (2021) explica que los estudiantes adquieren sentido de la cardinalidad cuando le proponen tareas numéricas a partir de preguntas como la siguiente: ¿puede pintar diez elementos? esta es la instrucción que la da el profesor a los estudiantes en clase, ellos autónomamente deciden el tipo de representación gráfica de los elementos (corazones), luego proceden a enumerarlos simbólicamente y por último, definen semánticamente que diez unidades equivalen a una decena (Triada 2.4 ver Tabla 3). El profesor cambia el plan de trabajo para construir didácticamente el número veinte (Fig. 11b) y el número treinta (Fig. 11c). Esto es, para la construcción de la veintena y la treintena el profesor propone como representación semiótica inicial la escritura simbólica de los números 20 y 30 para que los estudiantes elaboren dos y tres conjuntos cada uno de ellos con 10 unidades dibujados autónomamente; esta actividad permite a los estudiantes reconocer por medio de la asociación entre representaciones gráficas y simbólicas los equivalentemente semióticos entre el número 20 y 2 decenas, y el número 30 con 3 decenas (triada 3.4 ver tabla 3). Ahora bien, la identificación y apropiación de los números que se encuentran entre el 10 y 20, entre el 20 y 30 sucesivamente se logra a partir de la composición de los números (Fig. 12).

Figura 12

La decena y el ábaco como herramienta didáctica para la composición numérica

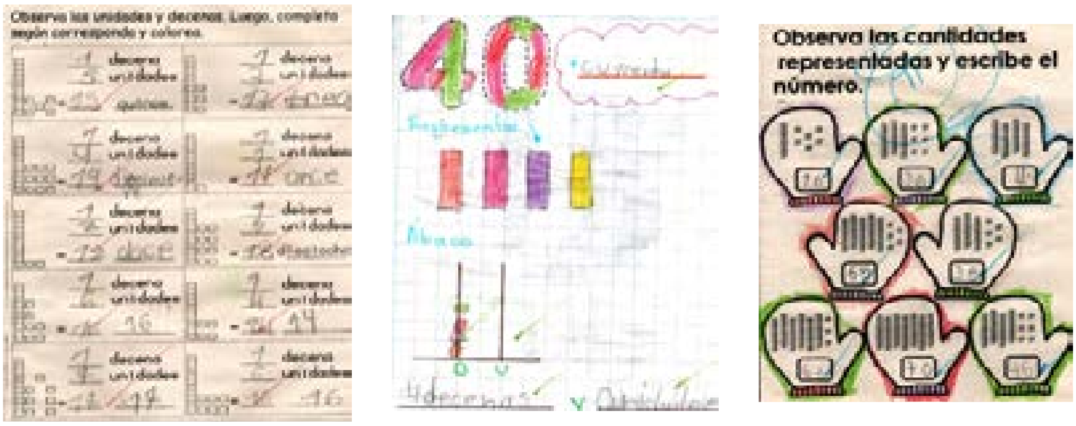


Fig. 12a Composición numérica con decenas y unidades	Fig.12b Composición numérica con solo decenas	Fig.12c Composición numérica con decenas y unidades mayores a 40

La composición numérica de la Figura 12a tiene como representación semiótica inicial los ábacos gráficos (ideogramas). Los ábacos tienen como patrón principal la decena, la cual se representa gráficamente en una barra vertical con diez unidades fijas apiladas una sobre otra en forma de cuadros, la cual está acompañada por otra cantidad variable de unidades también representadas en cuadros; al unir estas dos cantidades gráficas se compone una nueva cantidad numérica entre 11 y 19. Significado numérico está asociado a las representaciones gráficas del ábaco, en estas se pueden observar dos tipos de conversiones semióticas (Fazio et al., 2014), por un lado, la identificación numérica de la decena y la cantidad de unidades que se asocia a ella, por ejemplo, una barra y dos cuadritos significa una decena y 2 unidades (triada 2.4 ver tabla 3); por otro lado, la misma barra y las mismas 2 unidades representan el número 12 el cual se escribe semánticamente con la palabra doce y simbólicamente con el número 12 (triada 2.4 ver tabla 3), de esta manera se logran hacer múltiples conversiones de una misma representación numérica a partir de la composición de números por medio del ábaco. Este tipo de actividades didácticas permiten profundizar y avanzar cognitivamente en el aprendizaje conceptual de número. Ahora, la figura 12b muestra tres conversiones semióticas para relacionar la composición y la descomposición numérica por medio de los ábacos. La construcción del número 40 deja a un lado la conformación de cuatro conjuntos con diez unidades, como se hizo en la veintena y treintena (Fig. 11), a cambio se empela la conversión gráfica de cuatro barras, cada una representa 10 unidades para componer numéricamente la cuarentena o el 40; otra conversión gráfica, emplea el ábaco para la descomposición del número 40, funcionalmente consiste en fraccionar el numero cuarenta en cuatro círculos que representan cuatro decenas apiladas en la línea que representa las decenas; al mismo tiempo, la conversión semántica define al 40 como “cuatro decenas y cero unidades”. Estas dos técnicas de composición (fig. 12a y 12b) pueden ser empleadas por el profesor para la construcción sucesiva de números mayores como se muestra en la Figura 12c. En efecto, el ábaco para la composición numérica les permite a los estudiantes construir números superiores como 55 con cinco barras de decenas y cinco unidades, de igual manera, el 70 con siete barras de decenas partir del concepto de decena. Por su parte, la descomposición tiene sus principios en la composición (Fazio et al., 2014); así es, en la medida que el alumno construye estrategias para la composición numérica de dos cantidades, también podrá desarrollar y aplicar estrategias para la realización de descomposiciones numéricas (Martins-Mourão & Cowan, 1998). De ahí que, el significado de la descomposición numérica se pueda realizar de dos maneras, por un lado, los estudiantes parten de la representación simbólica de un número para descomponerlo en decenas y unidades correspondientes ubicadas estratégicamente en las líneas verticales (Fig.12b); por otro lado, a partir de pequeñas cantidades (menores de 30) los estudiantes dibujan creativamente los elementos de los conjuntos, con cardinales definidos 16 y 19 propuestos por el profesor a través de la instrucción escrita finalmente, los estudiantes efectúan la descomposición numérica de 16 en una decena y síes unidades; así mismo, es el proceder con el número 17, se descompone en una decena y siete unidades; ambas cantidades se ubican en las verticales especificas del Abaco (Fig. 13a). Como actividad complementaria para comprobar la adquisición del concepto de número, el profesor evalúa la composición y descomposición numérica con dos actividades (Fig. 13b). La primera actividad, propone transformar la descomposición numérica representada en los tres ábacos la composición de los números 23, 81 y 85; La segunda actividad, plantea transformar la composición de los números 89, 88 y 87 con ábacos para la descomposición numérica en decenas y unidades

Figura 13

La decena y el ábaco como herramienta didáctica para la descomposición numérica

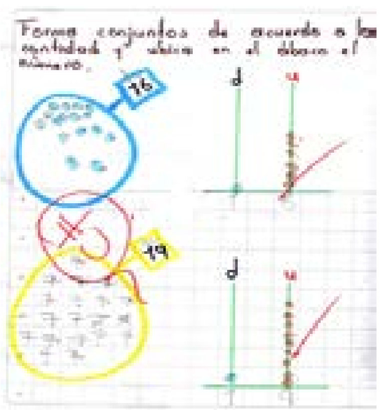


Fig.13a Descomposición numérica mayores a 20

Fig. 13b Descomposición numérica hasta 99

La composición y descomposición numérica está cognitivamente ligada al conteo, y a través de la cardinalidad los estudiantes generan estrategias que evolucionan en la medida que se adquiere y desarrolla el concepto de número (Fazio et al., 2014). El significado numérico es adquirido cuando el estudiante logra realizar composiciones y descomposiciones sin recurrir a la totalidad del conteo numérico (guerrero, 2020 y martins, 2006), esto es posible por la adquisición del concepto de decena, el cual permite desarrollar sentido numérico a partir de sus representaciones gráficas específicamente los ábacos, esto le permite al estudiante recurrir al ábaco cada vez que lo requiera.

Para finalizar, es de destacar que, esta estrategia no representa una jerarquización en su estructura para su aplicación puesto que, el proceso de adquisición conceptual del número es lento y depende del pensamiento estratégico que van adquiriendo los estudiantes a través del tiempo y las prácticas de clase, es decir, se puede encontrar niños que para desarrollar una tarea proceden de diferente manera a lo planteado o esperado por el profesor y es así como se formulan otras alternativas para el desarrollo numérico.

3. METODOLOGÍA

3.1. Diseño: esta investigación permitió entender el proceso del aprendizaje conceptual del concepto de número desde la perspectiva directa de los estudiantes de preescolar teniendo como referente características propias de los estudios cualitativos, como examinar los aspectos importantes de la percepción de realidad de cada uno de ellos a partir de, sus estrategias, soluciones, motivaciones, interacciones y los roles desempeñados entre el profesorado y los educandos (Hernandez et al., 2010). El diseño de la investigación es de tipo longitudinal no experimental puesto que, se realizó sistemáticamente durante tres años sucesivos con el mismo grupo de estudiantes y tomando muestras diferentes en cada periodo de tiempo sin intervención o influencia directa en el desarrollo de la estrategia didáctica (Fig. 14) pues, la recolección de los datos y los análisis se efectuaron después de las prácticas de clase que el profesor instruía y los estudiantes realizaban.

Figura 14

La estrategia didáctica para el aprendizaje conceptual del número con preescolares

Nota: el constructo metodológico es de tipo longitudinal con la misma población de alumnos

Como se muestra en la Figura 14 esta investigación recolecta y analiza los cambios cognitivos relacionados con la edad y el currículo de la adquisición del concepto de número a través del tiempo, en periodos específicos del proceso educativo del preescolar definidos así, a los 3 años de edad se recolectó la muestra 1, a los 4 años de edad se recolectó la muestra 2 y a los 5 años de edad se recolectó la muestra 3 escogidos al azar en el mismo grupo de estudiantes; así mismo, al finalizar cada toma de datos se analizaba la información para reconocer los puntos claves en el proceso del aprendizaje del número año a año hasta al análisis del seguimiento integrado.

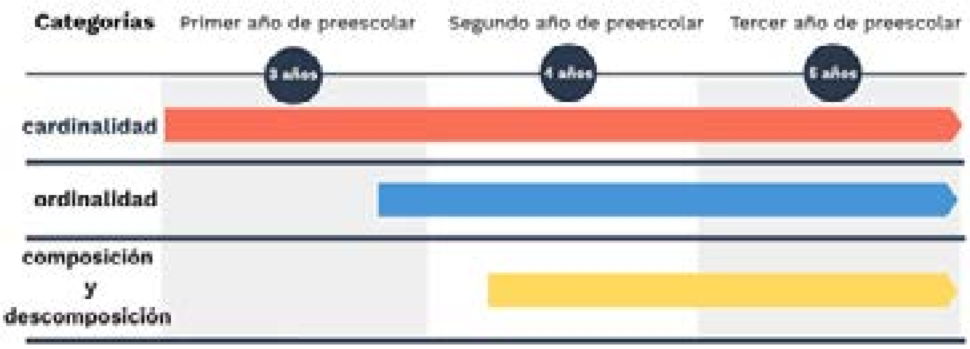
3.2. Técnicas de recolección: una fuente muy valiosa de los datos cualitativos son los documentos de las prácticas de clase elaboradas por los estudiantes y los diarios de campo del investigador (Elliot & Manzano, 2005; Hernández et al., 2010) y son fundamentales en esta investigación. Estos le sirven al investigador para conocer las experiencias, vivencias o situaciones en el ambiente y su funcionamiento cotidiano (Hernández et al., 2010). Para Elliot & Manzano (2005) los diarios de campo del investigador permiten tener un control de la información de cada estudiante y del profesor en cada sesión de clase para luego entrelazarlas y buscar una explicación unificada del aprendizaje del concepto de número y sus representaciones semióticas; así mismo, los cuadernos de los estudiantes y los libros de texto son fuente primaria de información en esta investigación pues en ellos se encuentran: "(i) fichas de trabajo y hojas de tareas, (ii) hojas de exámenes y pruebas utilizadas y (iii) muestras de trabajo escritos por alumnos" (Elliot & Manzano, 2005, p. 97).

1.3. Participantes: la población de estudiantes estuvo conformada por una media de 27 estudiantes de preescolar distribuidos así: el primer año de investigación el grupo tenía 3 años de edad y 25 estudiantes, el segundo año de investigación el grupo tenía en promedio 4 años de edad y 28 estudiantes; y el tercer año de investigación tenía hasta 5 años de edad y los mismos 28 estudiantes; conservándose la misma población de estudiantes durante el estudio de las representaciones semióticas para el aprendizaje conceptual del concepto de número.

1.4. Procedimiento: los estudiantes y profesores trabajaron sobre los siguientes conceptos para al aprendizaje del número como se muestra en la figura 15.

Figura 15

Aplicación de la estrategia didáctica según las categorías numéricas



Nota: desempeño categorial para el aprendizaje del concepto del número

La figura 15 muestra la estructura y desarrollo de la estrategia didáctica para la adquisición del concepto de número por medio de las representaciones semióticas para preescolares fundamentada en los principios de la cardinalidad, la ordinalidad, la composición y descomposición numérica. La cardinalidad es el conocimiento más amplio pues, se extiende por los tres años consecutivos del preescolar; por su parte, la ordinalidad empieza a los 3 años en el último bimestre del primer año de preescolar y continúa su evolución hasta los 5 años; mientras que, composición y descomposición numérica comienza a los 4 años después del primer bimestre del segundo año escolar extendiéndose a los 5 años. Es de notar que, las tres categorías se pueden desarrollar independientemente la una de la otra, sin embargo, como se ha mostrado en esta investigación a partir de los 4 años o segundo año de preescolar, se establecen conversiones semióticas de unificación e integración entre las tres categorías del proceso de la adquisición numérica en miras de un aprendizaje más profundo y holístico del concepto de número.

3. RESULTADOS

La construcción del concepto de número en preescolares debe ser un proceso organizado, sistematizado y analizado secuencialmente por parte del profesor con el objetivo de pensar didácticamente diferentes alternativas para su adquisición; al mismo tiempo, el aprendizaje del concepto de número es un proceso gradual, adáptale y flexible teniendo en cuenta la singularidad de cada estudiante. Para lograr esto, se deben fusionar la investigación teórica y las practicas didácticas para lograr que el aprendizaje del concepto de número sea propicio para que los estudiantes adquieran eficazmente el conocimiento numérico. Es por esto que, esta investigación propone como resultado una estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto del número para preescolares a partir de las representaciones gráficas, semánticas y simbólicas, aportando a los profesores una alternativa de enseñanza-aprendizaje de este en el largo proceso. Así pues, el resultado de esta investigación tiene dos partes. La primera, es la estructura detallada de la estrategia didáctica (Tabla 4) y la segunda un cronograma flexible para la aplicación de la estrategia didáctica (Figura 16). A continuación, se muestra la estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de número por medio de las representaciones semióticas.

Tabla 4

Estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de número con significado

Categorías del concepto de número	Categorías didácticas	Estructura de la estrategia didáctica por objetivos y actividades
1. Cardinalidad	1.1 Subitización	1.1.1 Objetivo: definir semánticamente la cantidad de elementos que tiene un conjunto por medio del lenguaje prenumérico. Lenguaje prenumérico: *muchos, pocos, grande, mediano, pequeño, más que, menos que* (Ejemplo Fig.5a)
	1.2 Conteo	1.2.1 Objetivo: relacionar cada objeto de conteo con un símbolo numérico. (Ejemplo Fig.5b)
		1.2.2 Objetivo: reconocer el número sucesivo como un valor único y para determinar la cardinalidad de un conjunto. (Ejemplo Fig.6)
	1.3 Cardinalidad	Objetivo: determinar el cardinal de un conjunto por medio de las relaciones gráficas a número: 1.3.1 *De conjunto a número* (Ejemplo Fig.7a) 1.3.2 *De número a conjunto* (Ejemplo Fig.7b)
		Objetivo: determinar el cardinal de un conjunto por medio de secuencias numéricas: 1.3.3 *Números ausentes* (Ejemplo Fig.8)
		Objetivo: relacionar la cardinalidad y la ordinalidad por medio de la recta numérica: (Ejemplo Fig. 9) 1.3.4 *Recta numérica de 0 a 10* 1.3.5 *Recta numérica del 10 al 20* 1.3.6 *Recta numérica del 20 al 30* 1.3.7 *Recta numérica mayores a 30*

2. Ordinalidad	2.1. Uso comprensivo del lenguaje	Objetivo: relacionar la cardinalidad y la ordinalidad por medio del lenguaje: 2.1.1 *Semántica del número ordinal: hasta el octavo*
	2.2. Relaciones de orden y lenguaje	Objetivo: determinar el antecesor y el sucesor de cualquier número entre el 0 al 30 2.2.1 *El número siguiente hasta 10* (Ejemplo Fig.10a) 2.2.2 *El número después de-El número antes de: hasta* 20 (Ejemplo Fig. 10b) 2.2.3 *El número antes y después de: hasta 30* (Ejemplo Fig. 10c) 2.2.4 *El número antes y después de: mayores a 30*
3. Composición y descomposición numérica	3.1 la decena, la veintena y treintena	3.1.1 Objetivo: *definir la decena a partir de un conjunto de cardinal 10.* (Ejemplo Fig.11a) 3.1.2 Objetivo: *definir la veintena como la composición de dos decenas* (Ejemplo Fig.11b) 3.1.3 Objetivo: *definir la treintena como la composición de tres decenas* (Ejemplo Fig.11c)
	3.2 Agrupación	3.2.1 Objetivo: componer números hasta 99 por medio de las representaciones graficas-simbólicas-semánticas (Ejemplo Fig.12)
	3.3 Separación	3.3.1 Objetivo: descomponer números hasta 99 por medio de las representaciones graficas-simbólicas-semánticas (Ejemplo Fig.13)

Nota: La estrategia didáctica se aplicó a preescolares con edades desde los 3 a los 5 años

La Tabla 4 presenta la organización de la estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de número en tres secciones; estas son, las categorías del concepto de número, las categorías didácticas y estructura de la estrategia didáctica por objetivos y actividades. La organización sistematizada de los contenidos numéricos permite realizar un detallado seguimiento al procedimiento del aprendizaje del número de cada estudiante. Para lograr esto, la categoría de concepto de número se subdivide en la cardinalidad, ordinalidad, composición y descomposición numérica teniendo en cuenta aspectos psicológicos y filosóficos anteriormente mencionados (sección 2.3); de esta manera, la perspectiva didáctica toma cada una de ellas y las subdivide en fracciones secuenciales de conocimiento asociadas a objetivos de desempeño que llevan a cabo los estudiantes al desenvolverse en las prácticas de aula en periodos de tiempo definidos por el profesor. De esta manera, el aprendizaje de la cardinalidad se desarrolla en tres categorías didácticas como la subitización, conteo y cardinalidad con un total de diez objetivos; así mismo, la ordinalidad se despliega en dos categorías didácticas correspondientes al uso comprensivo del lenguaje y las relaciones de orden con cinco objetivos de aprendizaje; de igual modo, la composición y descomposición numérica tiene tres categorías didácticas estas son la decena, agrupación y separación con cinco objetivos de aprendizaje. Cada uno de los objetivos de aprendizaje están determinados por triadas de significación (Tabla 3) ejemplificadas para el aprendizaje compresivo del concepto de número. Ahora bien, la segunda parte de los resultados enseña un cronograma de aplicación de la estrategia determinada por la experiencia de tres años de aplicación (Figura 16).

Figura 16

Cronograma de aplicación de la estrategia por categorías y actividades

Nota: los tiempos de aplicación de la estrategia son flexibles según el desempeño de los estudiantes

Como se aprecia en la Figura 16 la estrategia didáctica propuesta para aprendizaje del concepto de número se puede aplicar de dos maneras posibles; una de ellas es, hacer una lectura horizontal para individualizar las categorías y desarrollarlas secuencialmente; la otra lectura es vertical, que consiste en la integración de las categorías en los mismos tiempos, de tal manera que el profesor puede diseñar actividades para la significación numérica (Tabla 3) que asocie la cardinalidad, la ordinalidad, la composición y descomposición numérica, por ejemplo, se podría vincular la "cardinalidad hasta 20 con las relaciones de orden hasta 20 y el concepto de veintena". Cualquiera de estas dos maneras, son alternativas didácticas para el profesor, con el objetivo de desarrollar procesos adaptables para el aprendizaje del concepto de número por medio de las triadas de significación. Es de resaltar que, tanto la estrategia didáctica como el cronograma son flexibles en los tiempos de desarrollo y en la cantidad necesaria de actividades que el profesor considere aplicar para darle significado al concepto de número pues, el acto de aprendizaje tiene múltiples variables que necesitaran de mayor o menor esfuerzo por parte de los estudiantes para su adquisición.

4. CONCLUSIONES

El aprendizaje del concepto del número no es aspecto trivial o momentáneo de la educación, es todo lo contrario, se necesitan de años para que los niños logren darles significado a las palabras numéricas relacionadas con la construcción sucesiva de números por tal motivo, los recursos didácticos deben ser una prioridad en las prácticas de clase.

Se evidenció en la observación de clases que, durante el desarrollo de la estrategia didáctica cada categoría numérica se adquiere a diferente velocidad, esto se debe a que los estudiantes comenten errores en la construcción de secuencias numéricas que no estaban asociadas al conteo de representaciones gráficas, sin embargo, una vez se vinculaba los ideogramas a la secuenciación se aprendía con mayor habilidad la cardinalidad del conjunto.

Guerrero-Ortiz et al. (2016) afirma que la adquisición numérica termina cuando los niños entienden el principio de sucesor único; esta investigación concluye que el concepto de número no solo se aprende con representaciones simbólicas, sino que el proceso de adquisición numérica debe de estar acompañadas del desarrollo de las representaciones semánticas y gráficas formando triadas para la significación (Tabla 3) para lograr un dominio conceptual numérico más amplio y preciso.

Husserl (1972) explica que el concepto de número puede ser entendido como “unidad” en términos de *medida* la cual representa semióticamente al espacio; esta afirmación se relaciona al uso de la recta numérica como un recurso didáctico que puede ser empleado desde los inicios del conteo. De ahí que, se sugiera ampliar el uso de la recta numérica en futuras prácticas de numeración entre 0 a 100 pues, esta estrategia la delimitó al uso de relaciones de orden entre 10 y 30.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benoit, L., Lehalle, H., & Jouen, F. (2004). Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development*, *19*(3), 291–307. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2004.03.005

Carey, S., Shusterman, A., Haward, P., & Distefano, R. (2017). Do analog number representations underlie the meanings of young children’s verbal numerals? *Cognition*, *168*, 243–255. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.06.022

Cicres, J., & Llach, S. (2019). ¿Para qué sirven los dictados? Representaciones de los futuros maestros de primaria. *Didáctica. Lengua y Literatura*, *31*, 47–63. https://doi.org/10.5209/dida.65937

Colomé, À., & Noël, M. P. (2012). One first? Acquisition of the cardinal and ordinal uses of numbers in preschoolers. *Journal of Experimental Child Psychology*, *113*(2), 233–247. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.03.005

D’Amore, B. (2006). *Objetos, Significados, Representaciones Semioticas y Sentido*. 177–195.

D’Amore, B. (2008). Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. *Enseñanza de La Matemática. Revista de La ASOVEMAT*, *17*(1), 87–106. www.dm.unibo.it/rsddm

D’amore, B., Fandiño, M., & Lori, M. (2013). *La semiótica en la didactica de la matemática*. p.181.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2017a). *Semiosis Y Pensamiento Humano* (Segunda Ed). Editorial Universidad del Valle.

Duval, R. (2017b). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer Nature.

Elliot, J., & Manzano, P. (2005). *El cambio educativo desde la investigación* (p. 184). Ediciones Morata.

Fandiño, M. (2010). *Multiples aspectos del aprendizaje de la matemática: evaluar e intervenir en forma mirada y especifica*. Editorial Magisterio.

Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, *123*(1), 53–72. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013

García-Baró, M. (1993). *CATEGORIAS INTENCIONALIDAD Y NUMEROS* (U. C. Departamento de filosofía (ed.); Primera Ed). Editorial Tecnos S.A.

Geary, D. C., & Hoard, M. K. (2001). Numerical and arithmetical deficits in learning-disabled children: Relation to dyscalculia and dyslexia. *Aphasiology*, *15*(7), 635–647. https://doi.org/10.1080/02687040143000113

Gelman, R., & Butterworth, B. (2005). Number and language: How are they related? *Trends in Cognitive Sciences*, *9*(1), 6–10. https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.11.004

Godino, J. (2003). Teoría de las Funciones Semióticas. *Facultad de Educación Universidad de Granada*, p.318. https://doi.org/http://dx.doi.org/10.4330/wjc.v8.i7.383

Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, *14*(3), 325–335.

Goffin, C., & Ansari, D. (2016). Beyond magnitude: Judging ordinality of symbolic number is unrelated to magnitude comparison and independently relates to individual differences in arithmetic. *Cognition*, *150*, 68–76. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2016.01.018

González-Moreno, C. X., Solovieva, Y., & Quintanar-Rojas, L. (2012). Neuropsicología y psicología histórico-cultural: Aportes en el ámbito educativo. *Rev. Fac. Med.*, *60*(3), 221–231.

Guerrero-Ortiz, C., Mejía-Velasco, H. R., & Camacho-Machín, M. (2016). Representations of a mathematical model as a means of analysing growth phenomena. *Journal of Mathematical Behavior*, *42*, 109–126. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.03.001

Hernandez, R., Fernandez, C., & Baptista, M. (2010). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN* (Quinta Edi). McGraw Hill.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación* (Quinta edi).

Husserl, E. (1972). On the concept of number: Psychological analysis. *Philosophia Mathematica*, *s1-9*(1), 52. https://doi.org/10.1093/philmat/s1-9.1.44

Kelly S, M. (2002). The construction of number concepts. *Cognitive Development*, *17*(3–4), 1345–1363.

Lyons, I. (2015). Numbers and Number Sense. In *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences: Second Edition* (Second Edi, Vol. 17). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097086-8.57031-7

Lyons, I. M., Vogel, S. E., & Ansari, D. (2016). On the ordinality of numbers: A review of neural and behavioral studies. In *Progress in Brain Research* (1st ed., Vol. 227). Elsevier B.V. https://doi.org/10.1016/bs.pbr.2016.04.010

Lyons, Ian M., & Ansari, D. (2015). Foundations of Children's Numerical and Mathematical Skills: The Roles of Symbolic and Nonsymbolic Representations of Numerical Magnitude. In *Advances in Child Development and Behavior* (1st ed., Vol. 48). Elsevier Inc. https://doi.org/10.1016/bs.acdb.2014.11.003

Martins□Mourão, A., & Cowan, R. (1998). The emergence of additive composition of number. *Educational Psychology*, *18*(4), 377–389. https://doi.org/10.1080/0144341980180402

Meyer, C., Barbiers, S., & Weerman, F. (2018). Ordinals are not as easy as one, two, three: The acquisition of cardinals and ordinals in Dutch. *Language Acquisition*, *25*(4), 392–417. https://doi.org/10.1080/10489223.2017.1391266

Mou, Y., Zhang, B., Piazza, M., & Hyde, D. C. (2021). Comparing set-to-number and number-to-set measures of cardinal number knowledge in preschool children using latent variable modeling. *Early Childhood Research Quarterly*, *54*, 125–135. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.05.016

Narens, L., & Luce, R. D. (1986). Measurement. The Theory of Numerical Assignments. *Psychological Bulletin*, *99*(2), 166–180. https://doi.org/10.1037/0033-2909.99.2.166

Öçal, T., & Kızıltaş, E. (2019). The number zero: preschool teachers' perceptions and teaching practices: a Turkish sample. *Education 3-13*, *47*(6), 705–716. https://doi.org/10.1080/03004279.2018.1521860

Peters, L., Bulthé, J., Daniels, N., Op de Beeck, H., & De Smedt, B. (2018). Dyscalculia and dyslexia: Different behavioral, yet similar brain activity profiles during arithmetic. *NeuroImage: Clinical*, *18*(March), 663–674. https://doi.org/10.1016/j.nicl.2018.03.003

Radford, L. (2006). Introducción Semiótica y Educación Matemática. *Relime*, *Vlumen esp*(2), 7–21. http://funes.uniandes.edu.co/9699/1/Radford2006Semiotica.pdf

Rapin, I. (2016). Dyscalculia and the Calculating Brain. *Pediatric Neurology*, *61*, 11–20. https://doi.org/10.1016/j.pediatrneurol.2016.02.007

Slusser, E. B., & Sarnecka, B. W. (2011). Find the picture of eight turtles: A link between children's counting and their knowledge of number word semantics. *Journal of Experimental Child Psychology*, *110*(1), 38–51. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.03.006

Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2009). Mastery of the counting principles in toddlers: A crucial step in the development of budding arithmetic abilities? *Learning and Individual Differences*, *19*(4), 419–422. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.03.002

Vukovic, R. K., & Lesaux, N. K. (2013). The relationship between linguistic skills and arithmetic knowledge. *Learning and Individual Differences*, *23*(1), 87–91. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.10.007

Wiese, H. (2003). Iconic and non-iconic stages in number development: The role of language. *Trends in Cognitive Sciences*, *7*(9), 385–390. https://doi.org/10.1016/S1364-6613(03)00192-X

Xu, C. (2019). Ordinal skills influence the transition in number line strategies for children in Grades 1 and 2. *Journal of Experimental Child Psychology*, *185*, 109–127. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.04.020