



RECIBIDO EL 26 DE ENERO DE 2017 - ACEPTADO EL 26 DE ENERO DE 2017

PROCEDIMIENTO GENERALIZADO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

MsC. Ariel Hernández Hernández.

arielhh@femsu.uho.edu.cu, arielhhh66@gmail.com, arielhh@nauta.cu

MsC. Luís Narciso Grimaldy Romay

MsC. Diógenes Feliciano González Hernández

Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya".
Departamento de Educación Matemática-Física.

Holguín, Cuba

RESUMEN:

Para facilitar el proceso de formación y desarrollo de la habilidad resolver problemas, se elaboró la propuesta de un procedimiento generalizado, que se caracteriza por las preguntas que deben responder los alumnos, las técnicas y las formas de trabajo y pensamiento (heurísticos) asociados para la resolución de problemas, que tienen su concreción en la práctica en una propuesta didáctica que permitirá elevar el nivel de desarrollo de habilidades consustanciales a dicho proceso.

En todo el estudio se ha tenido presente garantizar la integración de lo instructivo, educativo y lo desarrollador e invita a la reflexión

de los docentes para lograr en la enseñanza aprendizaje transformar la posición pasiva del estudiante a una actitud activa de búsqueda y utilización del conocimiento. La constatación en la práctica educativa ofrece resultados de su efectividad.

ABSTRACT:

To facilitate the process of formation and developing the ability of resolution of problems, was elaborated the proposal of a generalized procedure, which is characterized in the practice of a didactic proposal allowing to raise the level of abilities in this process.



Is guaranteed in all the investigation the integration of the instructive, educative and a developing teaching learning process in teachers and in this way change the inactive attitude of the students to an active one in order to search and use the knowledge. This generalized procedure shows the effectiveness of the results in the practice.

RESUMO:

Para facilitar o processo de formação e desenvolvimento da habilidade resolver problemas, elaborou-se a proposta de um procedimento generalizado, que se caracteriza pelas perguntas que devem responder os alunos, as técnicas e as formas de trabalho e pensamento (heurísticos) associados para a resolução de problemas, que têm sua concreção na prática em uma proposta didática que permitirá elevar o nível de desenvolvimento de habilidades consustanciales a dito processo.

Em todo o estudo se teve presente garantir a integração do instrutivo, educativo e o desenvolvedor e convida à reflexão dos docentes para obter no ensino aprendizagem transformar a posição passiva do estudante a uma atitude ativa de busca e utilização do conhecimento. A constatação na prática educativa oferece resultados de sua efetividade.

Palabras claves:

Problemas, resolución, procedimiento, enseñanza, aprendizaje.

INTRODUCCIÓN.

La educación es un proceso social en el que la escuela tiene la misión de formar las generaciones como sujetos protagónicos en la actividad para que puedan vivir en un mundo en que los conocimientos científicos evolucionan con gran rapidez. Su objetivo ineludiblemente es formar en ellas cualidades del pensamiento y de la personalidad que los dote de las herramientas necesarias para participar creativamente en la

construcción de una sociedad cada día más culta y más justa, pedagogos y psicólogos de disímiles tendencia coinciden en plantear la necesidad de elevar el papel activo del escolar en el proceso de enseñanza – aprendizaje, de lograr que el alumno sea capaz de enfrentar de forma independiente la solución de problemas. Alcanzar tales metas requiere que cada vez el profesor tenga un conocimiento más completo tanto de las características psicológicas de los escolares como de los procedimientos de trabajo que le permitan incidir en su desarrollo.

Sin dudas la organización y dirección del proceso de enseñanza aprendizaje por el docente lleva implícito que tome en cuenta las posibilidades de los escolares con el nivel de logros alcanzado hasta ese momento y lo que resulta fundamental deberá trabajar por el desarrollo que desde el punto de vista de los proceso psíquicos y las cualidades de la personalidad, de lograr en los alumnos. Sólo de ésta forma contribuiría a ser efectivo el principio de la enseñanza como conductora, es decir como guía del desarrollo.

La enseñanza aprendizaje de la matemática ha sido siempre uno de los aspectos esenciales de la educación de las generaciones de un país, en efecto el importante papel que desempeña en el desarrollo de la ciencia y la técnica, y la de ofrecer múltiples posibilidades para contribuir de manera decisiva en el desarrollo multifacético de la personalidad de los educandos.

Históricamente se ha demostrado que el desarrollo de teorías y conceptos matemáticos casi siempre ha estado motivado por la necesidad de identificar, formular y resolver problemas concretos y desde el punto de vista psicopedagógico, el trabajo con problemas constituye una vía idónea para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos.

Durante el proceso de preparación de estudiantes para resolver problemas, los



docentes en estrecha relación con los alumnos, la familia y la sociedad constituyen el sujeto, los métodos, procedimientos, conceptos, relaciones, estrategias de trabajo que el logra dominar y utilizar en la práctica con el objetivo de prepararse y preparar a sus alumnos para lograr de esta forma un mejor intercambio con el mundo serán el objeto. De esta forma se establece una relación dialéctica sujeto-objeto y una relación sujeto-sujeto entre el docente y el alumno como ser social.

La resolución de problemas no solo constituye una colección de conceptos y técnicas de trabajo, es una ciencia en la que se definen dos direcciones, la primera como medio para desarrollar las funciones lógicas del pensamiento y una segunda que permite la interrelación del individuo con el medio, la cual tiene un carácter dialéctico. Ambas direcciones están interrelacionadas y se sustentan en los dos elementos referidos con anterioridad por la concepción materialista.

Como parte definitoria en el logro de estos dos elementos se encuentra la resolución de problemas, como un componente de esencial importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática y por consiguiente desempeña un papel fundamental en el movimiento y conversión recíproca de lo ideal y lo material en la relación sujeto-objeto, está actúa como eslabón mediador entre las categorías de la práctica por un lado y conciencia por el otro.

De igual modo, la resolución de problemas también influye en los valores, actitudes y cualidades de los estudiantes. El proceso de resolución de problemas tiene un marcado efecto en educar las cualidades volitivas de la personalidad; la firmeza, la perseverancia, el autocontrol, y la autoevaluación.

El trabajo con la resolución de problemas, reitera el autor de este estudio, tiene una importante función, en el desarrollo intelectual y en la

formación del pensamiento lógico del estudiante. Se comparte la consideración de Campistrous (1996), que la resolución de problemas es una de las actividades más inteligentes del hombre.

También se comparte el criterio de Campistrous y Labarrere. A (1994), que pensar es solucionar problemas, para resolver problemas los estudiantes emplean sus propias estrategias sean correctas o no.

Los primeros antecedentes de investigaciones dirigidas a aislar estrategias de resolución de problemas se dan en el campo de la Matemática .Polya G. (1994), Schöenfeld A. (1993), Sowder. L. (1989).

También lo planteado por Campistrous "... la necesidad de descomponer las estrategias generales en técnicas más simples asociadas a etapas escolares que permiten entrenar a los alumnos en las actividades de resolución de problemas en forma gradual..." (Campistrous (1997))

El estudio realizado del comportamiento de los estudiantes en el proceso de resolución de problemas, permitió resumir el diagnóstico del estado real de desarrollo (Vigostsky, capacidad de resolver independientemente el problema, y el nivel de desarrollo potencial), cuando se enfrentan a este proceso, en los siguientes aspectos:

1. Insuficiencia en el proceso de comprensión de problemas, dados por:
 - ✓ La no realización de una lectura del enunciado del problema que permita establecer las condiciones iniciales y las exigencias del mismo.
 - ✓ Generalmente existe bajo dominio de los elementos estructurales de los problemas.
 - ✓ No tratan de realizar la formulación del



problema con sus palabras.

- ✓ La no utilización de tablas esquemas o gráficos como recursos auxiliares para comprender el problema,
- ✓ Marcada tendencia a aplicar operaciones sin la suficiente exploración de la relación entre los datos y las exigencias del problema.

2. Dificultades relacionadas con el control durante todo el proceso de solución de los problemas dados por:

- ✓ El control (autocontrol) se dirige, generalmente, a verificar si se logró la respuesta correcta.
- ✓ Generalmente no se utilizan diferentes vías de solución de los problemas.

La resolución de problemas es un componente dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática con un alto grado de dificultades, por tanto podemos formularnos el siguiente problema de investigación:

¿Cómo favorecer la formación y desarrollo de la habilidad resolver problemas, en los estudiantes del nivel medio superior de la escuela cubana?

DESARROLLO:

En los momentos actuales que se está enfrascado en la búsqueda de nuevas estrategias con el objetivo de lograr un mayor aprendizaje en las diferentes disciplinas, una meta que puede lograrse, para esto debe prepararse las generaciones del país con un amplio conocimiento, y que lo sepan aplicar a todos los problemas de la vida cotidiana.

Para adquirir conocimientos se deben formar habilidades. En estrecha relación con hechos, conocimientos, experiencias, se deben

garantizar que los educandos asimilan las formas de elaboración, los métodos de actuar las técnicas para aprender, las formas de razonar, de modo que con el conocimiento se logra también la formación y desarrollo de habilidades, fundamentalmente lo que determinan capacidades cognoscitivas.

¿Qué son las habilidades?

Existen muchos trabajos de autores en relación con este tema, destaquemos algunos que nos definen las habilidades como:

“complejo formado por conocimientos específicos, sistema de operaciones, conocimientos y operaciones lógicas (Petroski 1958)

”...el término habilidad significa el dominio de un sistema complejo de actividades psíquicas y prácticas necesarias para la regulación consciente de la actividad, de los conocimientos y los hábitos que porta el sujeto. (Petroski, 1958).

“Constituyen el dominio de operaciones (psíquicas y prácticas) que permitan una regulación racional de la actividad.

En pedagogía se entiende por habilidades técnicas y procedimientos de la actividad cognoscitiva que son asimilados por los alumnos. Que pueden utilizarse independientemente en correspondencia con los objetivos y con las condiciones en las cuales actúa. (Álvarez S. 1996).

Talízina, nos refiere como habilidad, modo de actuar que permite operar con el conocimiento, vía de adquisición de los conocimientos, medio por el cual puede expresar lo que sé (vía de aplicación), transferencia (formación de otras habilidades para poder adquirir conocimientos)

¿Cómo se forma la habilidad?

Nos plantea la autora Mercedes López (1990) las habilidades se forman y desarrollan en la



actividad, pero se han de tener presente tres etapas fundamentales:

1. La habilidad es una forma de actividad, cómo actuar, pero se debe saber cuál es la forma, cuál es el orden de las acciones. (en los primeros grados está relacionada con la imitación o reproducción)
2. Comprender, asimilar, saber qué debe hacer, (para decir que lo que sé hacer)
3. Ejercitación, no mecánica si no variada de la habilidad.

A veces en el aula se quedan los alumnos en comprender sin ejercitar y no se logra la habilidad.

Una habilidad se desarrolla en la medida en que ganamos en la rapidez y calidad al actuar con los conocimientos que la conforman, en la medida en que se hayan convertido en hábitos que son los que permiten la rapidez en la ejecución.

Como vemos los hábitos están implícitos dentro de las habilidades ambos están relacionados estrechamente, pero no se pueden identificar. La habilidad permite al hombre realizar una tarea. Esto es un punto común con los hábitos. Pero al poder hacer no conlleva necesariamente la automatización es característica del hábito. Se puede tener la habilidad para leer, pero no el hábito.

Las habilidades se han clasificado de distintas formas.

- ✓ Habilidades generales (no de una asignatura en particular, que su uso lleva implícito el desarrollo del pensamiento y de destrezas motoras (prácticas).
- ✓ Habilidades específicas (las que se desarrollan con el contenido de determinada asignatura en particular).
- ✓ Habilidades lógicas, son acciones que

se realizan en el plano mental y son precedidas, generalmente, con acciones externas por los objetos, constituyen “el contenido de aquellas acciones del intelecto que se desarrollan en el proceso cognoscitivo que se realiza mediante las operaciones lógicas”.

¿Existe relación entre habilidades y conocimientos?

La relación entre las habilidades y conocimiento es que son inseparables. ¿Por qué?

La habilidad es una vía para alcanzar el conocimiento.

Cualquier objeto puede portar información. En cualquier fuente puede encontrarse información, pero esta se hace conocimiento a través de habilidades y al mismo tiempo una vez adquirido el conocimiento, para usar esa información que se asimiló se hace a través de habilidades. Nos apunta Mercedes López (1990), y continúa planteando.

“Este enfoque del concepto es lo que hace que la habilidad y conocimiento sean inseparables, pero si al enseñar sólo nos preocupamos de dar conocimientos y nos despreocupamos de cómo se asimila y de las habilidades que se requiere su aprendizaje, hemos trabajados en vano, en pocos días casi todo se habrá olvidado. La habilidad es la vía para asimilar la información. Mientras más rico es mi desarrollo de habilidades más puedo asimilar y mientras más rico es lo que he logrado en habilidades más rico el conocimiento asimilado”.

¿Qué son las capacidades?

“Las formaciones psicológicas de la personalidad que son condiciones para realizar con éxito determinado tipo de actividad” (V. González y otros)

¿Qué relación se da entre capacidades,



habilidades y conocimientos?

En la medida en que el alumno tenga desarrollo de habilidades y conocimientos se desarrollan sus capacidades.

En la medida en que se desarrollan capacidades más fácilmente se lograrán las habilidades. No es que la capacidad sea suma de habilidades y conocimientos, pero a mayor cantidad de conocimientos y de habilidades estoy incidiendo en desarrollo de capacidades, por eso decimos que aunque capacidad no es la suma de habilidades y conocimientos, si hay una gran interrelación y eso determina el desarrollo del hombre hacia adelante y hacia arriba en espiral. (López. M, 1990).

Teoría de Formación de Acciones Mentales.

El desarrollo de las acciones mentales, es un proceso de aprendizaje. Es necesario descubrir las condiciones que deben crearse y considerarse para configurar óptimamente este proceso de aprendizaje. Para mejor comprensión de esta teoría se resume en un esquema, el que se elaboró a partir de los elementos de la teoría de Formación de Acciones Mentales. (Citada por Talízina, 1988).

Las acciones por sus funciones pueden estar divididas en tres fases u etapas:

- Orientadora.
- Ejecutora.
- De control.

Cualquier acción del hombre representa una especie original de microsistema de dirección que incluye “un organismo de dirección – la parte orientadora de la acción” – “un organismo de trabajo – la parte ejecutora de la acción” – “un mecanismo que observa y compara – la parte de control de la acción (Jungk, 1982, Talízina, 1988)

La etapa de orientación o motivación se refiere esencialmente a crear todas las condiciones para que el alumno ejecute la acción de aprendizaje, es decir, se aseguren los conocimientos previos, se crea un motivo y se orienta el objetivo de aprendizaje de manera que el alumno esté consciente del propósito a lograr y del procedimiento a seguir para conseguirlo, en esencia, aquí se responde fundamentalmente al ¿Qué aprendo? ¿Cómo lo aprendo? Y ¿Para qué lo aprendo?, y está muy relacionado con los procesos de formación y construcción de los procedimientos intelectuales, sean generales o específicos. Se trata de una etapa que se requiere de la actividad creativa del escolar. En este sentido debe destacarse el papel determinante de la base orientadora de la acción como elemento esencial para que el escolar pueda arribar a la generalización de la acción (Rico, 1996)

El éxito de la parte orientadora de la acción depende, ante todo, del contenido de la base orientadora que puede ser sustancialmente diferente.

La etapa de ejecución de la acción responde sobre todo al ¿Cómo lo aprendo? Si en la etapa precedente se logra una orientación sobre la sucesión de pasos para la acción, es en esta etapa donde el alumno logra apropiarse del procedimiento para ejecutar la acción.

La etapa de control está referida a aquellos momentos del proceso de enseñanza aprendizaje donde el maestro y el alumno se valen de procedimientos de control (en el segundo) para evaluar el resultado de aprendizaje, sin los cuales no sería posible la dirección de la acción.

Puntos de vista acerca de la definición de problema.

Para adentrarse en el tema sobre la resolución de problemas matemáticos es conveniente tratar de establecer los rasgos que deben caracterizar



la definición del término problema. Para realizar este análisis tendremos en cuenta diferentes puntos de vista:

- Problema desde el punto de vista psicológico.

Son varios los psicólogos que definen el término problema. Entre ellos se destaca Rubinstéin S. L (1986), Ball. G.A (1970), Leontiev A.N. (1972) citado por Labarrere A. f (1987), Esaulobv A. f (1972) y González V. Por ejemplo Rubinstéin S. L 1986) “Un problema tiene ese carácter, ante todo, nos presenta puntos desconocidos en los que es necesario poner lo que falta”.

Del estudio de todas las definiciones dadas por estos autores se llega a los siguientes rasgos comunes que caracterizan a un “verdadero problema” en un sentido amplio: (Concepción, M y Rodríguez, F. 2005)

1. En todo verdadero problema el sujeto desconoce la vía de solución. Cuando el sujeto se enfrenta al problema inicialmente no tiene la respuesta. Tampoco al principio están establecidos los nexos entre los conocimientos y las habilidades que poseen para vencer las exigencias del problema.
2. Frente al problema el sujeto tiene un carácter activo. Se traduce en que el sujeto desea trabajar en la situación dada (motivación), que le permita realizar un esfuerzo cognoscitivo para llegar al resultado del problema. Para ello el sujeto necesita de una actividad mental (las operaciones básicas del pensamiento: análisis, síntesis, comparación, abstracción y generalización).

- ✓ Problema desde el punto de vista práctico – social:

“Toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarla” (Campistrous, 1996)

Plantea este autor que existen dos condiciones necesarias en la solución de problemas: el individuo quiere hacer la transformación, es decir, debe estar motivado, y la situación debe ser desconocida para él.

- ✓ Problema desde el punto de vista metodológico:

“Toda situación que hay que resolver para lo cual no se conoce un algoritmo de solución (Jungk, 1982)

3. Carácter relativo del problema. Este rasgo es una consecuencia directa de lo señalado anteriormente, primero porque si el sujeto conoce la vía de solución ya no está frente a un problema y por otro lado, si el sujeto no está motivado, es decir no desea trabajar en la situación dada, este no constituye un problema, además, si no se tienen los conocimientos básicos para trabajar en la situación, es difícil que esta pueda ser transformada, a menos que el ejecutor posea un gran talento. Por otra parte, si no se percibe la diferencia antes mencionada, significa que el alumno no ha captado la información que nos brinda el problema y en este caso es inútil trabajar en él.

Después de este análisis de los rasgos que caracterizan a los problemas desde diferentes puntos de vistas, este autor asume como definición de problema.

“... toda situación en lo que hay un planteamiento inicial que obliga a transformarlo. La vía para pasar de la situación o planteamiento inicial a la nueva situación exigida, tiene que ser desconocida, cuando es conocida deja de ser un problema” (L. Campestrous y C.Rizo, 1996). En esta o cualquier otra definición que consideremos, siempre nos vamos a encontrar con dos elementos invariantes:

Primero: Una situación desconocida que



necesita ser transformada.

Segundo: La vía para la transformación de la situación es desconocida.

El papel didáctico de estos problemas está dado en que pueden ser utilizados con diferentes objetivos o intenciones como:

- Introducción de un contenido nuevo (como motivación). Problemas de aprendizaje
- Fijación de un determinado contenido.
- Fijar, perfeccionar, aplicar y comprobar los conocimientos, hábitos y habilidades.
- Para adquirir nuevos conocimientos y habilidades dentro del marco de los objetivos y el contenido de la asignatura (instructivo)
- Para establecer vínculos con contenidos desarrollados por otras asignaturas.
- Para transmitir mensajes educativos de avance de la Revolución en diferentes esferas, económica, científico – técnica, social, cultural, deportiva y medio ambiental.
- Como objeto de enseñanza de problemas.

La matemática a través de problemas. ¿Qué ventajas ofrece la clase concebida a través de problemas?

Según (Palacio, J, 2003) son varios:

- ✓ Aumenta el interés de los estudiantes al ver la inmediata aplicación práctica de los que estudia.
- ✓ El estudiante deja de ser un receptor de las ideas exclusivas del profesor y se convierte en un protagonista de la actividad, con una activa participación.
- ✓ Los contenidos no se olvidan con

facilidad, pues la mayoría de los problemas, principalmente los que tienen texto, permiten asociar el contenido matemático con los intereses de la comunidad y del estudiante en particular.

- ✓ Pueden formularse nuevas preguntas sobre la situación resuelta, aspecto tan importante como la propia resolución del problema.
- ✓ Ayuda a desarrollar la expresión oral y por tanto facilita el poder de comunicación, desarrollo y enriquecimiento del idioma.
- ✓ Contribuye a eliminar creencias negativas respecto a la capacidad del estudiante hacia la Matemática.

La formulación de problemas.

La formulación de problemas es un aspecto de la enseñanza de la matemática tan importante como la resolución misma, porque a través de estas actividades se contribuye a la formación lingüística, es decir a la expresión oral y escrita, al desarrollo de operaciones mentales generales tales como: el análisis, la síntesis, la generalización, al desarrollo del pensamiento heurístico, flexible y creativo con fantasía, y a la formación de habilidades generales y específicas estrechamente relacionadas con la resolución de problemas. Estos aspectos han sido constatados en investigaciones realizadas por Labarrere. A (1983 y 1987), Campistrous. L y Rizo. C (1996), entre otros.

Sin adentrarnos en toda la teoría existente, queremos hacer algunas consideraciones que serán útiles a profesores y estudiantes. Para la formulación, tomaremos como referencia la formulación de problemas con textos. Para ello se hace necesario analizar los elementos que componen la estructura de los problemas., desde el punto de vista externo y no el concepto de estructura propiamente matemático.



Existe una estructura externa general, formal, asociada a las características intrínsecas del problema (complejidad, lenguaje, etc.) nos centraremos en lo referente a la estructura externa del problema G. Polya (1994), al abordar los problemas por resolver, cuyo propósito es descubrir cierto objeto, la incógnita del problema, considera como sus elementos estructurales:

- Incógnita: Lo buscado
- Datos: Lo dado.
- Condición: La vía de solución.

Labarrere considera como estructura la siguiente:

- Datos: Cantidades y magnitudes.
- Condiciones: Relaciones que guardan entre sí los datos.
- Pregunta: Lo que es necesario encontrar o demostrar.

Estos son válidos a partir de los presupuestos teóricos asumidos por cada autor, en relación con la propia definición de problema y tipo de problema abordado.

Nosotros asumimos la siguiente estructura externa:

- Datos: Situación inicial, magnitudes, cantidades, relaciones matemáticas explícitas entre las cantidades, como el duplo, el cuadrado, el cubo, raíz cuadrada, la cuarta parte entre otras.
- Condiciones: Relaciones matemáticas explícitas entre lo dado y lo buscado, vinculación con la vía estratégica de solución, como derivadas de los significados prácticos de las operaciones de cálculo, teoremas, propiedades, recursos matemáticos a utilizar, no declarados en el problema.

- Pregunta: Lo que hay que averiguar lo desconocido.

Plantear un problema es expresar en términos del lenguaje una situación concreta de un objeto o fenómeno de la realidad. El acto de formulación exige del escolar la creatividad de las relaciones que mantienen los diferentes componentes del problema que desea formular, haciendo un proceso complejo de análisis y síntesis.

- Formulación de problemas por el alumno.

De acuerdo con Labarrere, la actividad de formulación comienza cuando el escolar se le ofrece determinada información o situación inicial, a partir de la cual debe hacer el problema.

Para nosotros formular un problema es expresar en términos claros y precisos una situación de cual se busca un resultado, a partir de ciertos datos que tienen determinada relación.

Para formular problemas con textos, con cierto nivel de calidad, es condición necesaria conocer:

I. Requisitos para la formulación.

- ✓ Conocer los elementos que componen la estructura externa de los problemas.
- ✓ Determinar las relaciones particulares que mantienen los componentes de la situación entre sí.
- ✓ Prever cifras, dependencias y relaciones que puedan pasar a formar parte del problema formulado.

II. Resulta imprescindible para la formulación de un problema tener dominio de los conocimientos teóricos básicos de la matemática tales como:

- ✓ Significado práctico de las operaciones aritméticas. Este contenido aparece suficientemente explicado en el libro Aprende a resolver problemas



aritméticos de L. Campistrous y C. Rizo, (1996).

Una buena ejercitación de estos aspectos pudiera ser la determinación de los significados que se aplican en los diferentes problemas que se ofrecerán en la propuesta de este estudio.

- ✓ Traducción del lenguaje común al lenguaje algebraico y viceversa.

Es un aspecto previo, importante para la preparación de los estudiantes para la formulación y establecimiento de relaciones entre datos.

- ✓ Búsqueda de relaciones matemáticas entre números dados.
- ✓ Clasificación de problemas matemáticos.
- ✓ Procedimientos y técnicas para la resolución de problemas.

Técnicas para la resolución de los problemas.

Las técnicas para resolver problemas representan un conjunto de acciones para enseñar a los estudiantes, y tiene como objetivo servir de herramienta y recurso metacognitivo en el proceso de resolución de un problema, que él utilizará en dependencia de sus necesidades y posibilidades.

Campistrous (1996), aborda un grupo de técnicas, que sirven de modelo para el trabajo con los problemas, ellas son: la lectura analítica y la reformulación, modelación, la determinación de problemas auxiliares, el tanteo inteligente y la técnica de comprobación. Dentro de los objetivos de este estudio no está desarrollar una teoría de ellos, sino su descripción, porque muchos ejemplos y problemas resueltos que se ofrecen en este informe se emplean como vía de solución a las insuficiencias detectadas.

- Técnica de la lectura analítica y la reformulación: Se tratan unidas por

la relación directa de ambas, una es consecuencia de la otra. Tomando como base lo planteado por Rubinstéin, generalmente el proceso de análisis dado en la lectura profunda va acompañado de un proceso de síntesis, o sea, un cambio en el enunciado del problema (reformulación). Donde se desarrolla una integración de las partes del problema, lográndose un enunciado diferente, más cercano al sujeto que se enfrenta al problema.

La lectura analítica tiene como fin ayudar a comprender el problema, también en la búsqueda de la idea de resolución. Para ello como se ha estado destacando se debe leer cuidadosamente para identificar los términos conocidos y desconocidos, las condiciones dadas, las exigencias planteadas y las relaciones que se dan explícitas o implícitamente en un enunciado.

- Técnica de modelación: Es una técnica muy usada en el proceso de resolución de problemas. Entre las formas de modelación tenemos esquemas, gráficos, tablas, diagramas y figuras, que permiten la visibilidad de los elementos del enunciado y sus relaciones y facilita descubrir la vía de solución o las respuestas del problema.
- Técnica de la determinación de problemas auxiliares: Es una técnica muy útil en la búsqueda de la vía de solución. Se trata de descomponer el problema original en problemas auxiliares, que al ser solucionado contribuye a obtener el resultado final del problema original. Para ello debe hacerse un análisis integral de las condiciones dadas y las exigencias del problema ¿qué necesito saber para resolver el problema? ¿Puedo descomponer el problema en las partes auxiliares? Formulo. Si lo puede resolver, satisface las condiciones del problema, de



lo contrario elaboro otro problema auxiliar hasta lograr las exigencias del problema.

- Técnica de tanteo inteligente: Es una técnica muy útil. Cuando es aplicada a problemas aritméticos, unida a la técnica de la modelación.
- Técnica de comprobación: Esta técnica tiene como objetivo verificar si los procedimientos y los resultados obtenidos en el proceso de resolución de un problema son correctos o no y sobre esta base tomar decisiones referentes al resultado obtenido.

En cuanto al aspecto cognitivo podemos citar lo planteado por Campistrous y Rizo (1996) citado por Concepción García y Rodríguez (2005), se resume en:

1. Hacer un estimado previo y compararlo con el resultado.
 2. Resolver un nuevo problema donde lo desconocido en el problema originase un dato y se utilicen en su resolución relaciones dadas explícita o implícitamente en el inicial, y se obtenga como resultado un dato original o sea una relación que por la naturaleza del problema esté implícitamente dada.
 3. Realizar la operación inversa a la realizada en el problema original.
 4. Realizar el problema por otra vía diferente y comparar los resultados.
- Técnica de control matemático de los resultados.

La técnica de control matemático de los resultados consiste en verificar si los resultados se van obteniendo en todo el proceso de resolución de un problema matemático, tienen un significado matemático adecuado, es decir, libre de contradicciones. Para ello el estudiante debe hacer la corrección durante todo el proceso

de resolución.

Propuesta didáctica de un procedimiento generalizado para la resolución de problemas.

El **objetivo** de la propuesta es: Elaborar un procedimiento generalizado para la resolución de problemas.

Para la elaboración del procedimiento generalizado, se asumen los siguientes presupuestos teóricos y empíricos.

Teóricos:

- Teoría de la Formación por Etapas de las acciones Mentales (Galperin, 1985).
- Los procedimientos de la actividad cognoscitiva (Talízina, 1988)
- La teoría de la actividad, las etapas de orientación, ejecución y control (Leontiev, 1981)
- Las fases en el proceso de resolución de un problema: comprensión, búsqueda de las vías de solución, resolución y comprobación de la solución obtenida, (Polya, 1994, Labarrere, 1987)

Empíricos:

- Estudio realizado sobre el tratamiento de los problemas en la escuela y para la escuela.
- El diagnóstico del estado real de desarrollo de los estudiantes en el proceso de resolución de los problemas.

Las acciones que conforman el procedimiento generalizado, se han modelado teniendo en cuenta la Teoría de la Formación por Etapas de las acciones Mentales de Galperin, de ella el planteamiento de cada tipo de actividad es a su vez un sistema de acciones unidas por un motivo que en su conjunto asegura el logro del objetivo de la actividad de la que forma parte.



En la etapa motivacional el docente logra disponer a los alumnos para aceptar la actividad en la que tendrá lugar las acciones que permiten la formación de la habilidad y los conocimientos que en ella se encuentran.

El esquema de la base orientadora representa el modelo de la actividad que se requiere formar, en él se deben reflejar todas las partes tanto estructurales como formales de la actividad y deberá ser completo.

En la etapa de la formación de la actividad o forma material de la acción, es la de partida, su peculiaridad consiste en que el objeto de la acción que se da al alumno, permite descubrir ante el estudiante el contenido de la acción. En esta etapa los alumnos deben llevar a cabo realmente transformaciones que implican la actividad. Esto significa que deben calcular, simplificar, evaluar, etc.

En la etapa de la actividad verbalizada externamente o la forma verbal externa de la acción se caracteriza por el hecho de que el objeto de la acción está representado de forma verbal externa, oral o escrita: en forma de razonamiento en voz alta o describiendo su marcha. Es decir en esta etapa el alumno realiza transformaciones en forma oral, mientras que, en la etapa de lenguaje externo para sí el alumno realiza las transformaciones sólo para él.

Por último, la forma mental de la acción significa que esta se realizará "para sí". En la fase superior, en la que el alumno realiza la transformación solo en forma de lenguaje activo, en forma cada vez más breve. La acción pasa de externa en interna.

El proceso de resolución de un problema, el docente debe estar consciente que para la aplicación de un procedimiento generalizado (conjunto de acciones) debe vencer las diferentes etapas en las que se realiza la acción.

Primero debe vencer la etapa o forma material

externa donde el alumno descubre el contenido de la acción, después la representación de la acción en forma verbal externa (lograr el procedimiento generalizado) y por último la forma mental, como fase superior y activa.

Se recomienda utilizar primero el procedimiento como un todo, seleccionando los ejemplos adecuados y luego formas aisladas (trabajo con las invariantes estructurales de los problemas), luego se unen en una actividad única.

Una gran influencia en la metodología de la enseñanza de la resolución de problemas como destacamos anteriormente tienen las ideas del eminente matemático húngaro Polya. G. A él se debe la distinción de cuatro fases o etapas en la solución de ejercicios y problemas:

1. Comprender el problema.
2. Buscar la idea de solución.
3. Ejecución del plan vislumbrado.
4. Evaluación de la solución y vía.

La esencia de cada una de ellas radica en:

1. Comprender el problema, que significa penetrar, concebir, discernir, descifrar.

Comprender el problema, según Campistrous (1991), en términos psicológicos, el alumno comprende el enunciado del problema cuando es capaz de reproducirlo con sus propias palabras y analizar cuáles son sus componentes esenciales: ¿qué datos se dan? ¿qué se quiere obtener?, en otras palabras, debe ser capaz de interpretar cuáles son los datos y que representan, qué se quiere y cómo se traduce en términos conocidos.

Son útiles las acciones siguientes:

- Leer cuidadosamente el problema.
- Aclarar palabras claves o conceptos que indican el carácter de las magnitudes



(dinero, precio, número de unidades, capacidad, tiempo, etc.)

- ¿qué es lo dado?
- ¿qué se busca?
- ¿determinar los datos para la solución del problema? ¿son suficientes? ¿sobran?
- ¿podrá proponerse el problema de otra manera?
- Puede utilizarse una figura, tabla, esquema que esclarezca la situación.

2. Buscar la idea de la solución:

Para facilitar la búsqueda de la vía de solución se sugieren algunas acciones:

- Formular las relaciones entre los datos y la incógnita.
- Tratar de relacionar el problema con otro conocido y cuya solución más simple o inmediata.
- Transformar los datos, obtener (o deducir) nuevos elementos más próximos a la incógnita.
- Recordar la solución de ejercicios análogos.
- Analizar si se han tenido en cuenta todos los datos.
- Generalizar el problema, si es posible.
- Analizar casos particulares.
- Resolver problemas parciales (considerar sólo una parte de las condiciones).
- Hacer gráficos que ilustren las relaciones encontradas.

3. Ejecución del plan vislumbrado:

Para esto se debe fundamentar la corrección de cada paso, realizar los cálculos necesarios, resolver ecuaciones, sistemas, simplificar, transformar expresiones etc.

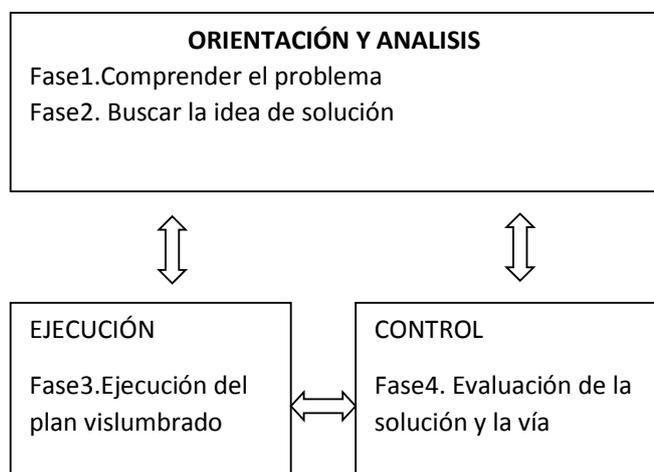
4. Evaluación de la solución y la vía:

En esta etapa es necesario plantearse preguntas como las siguientes:

- ¿Es lógico el resultado?
- ¿Es posible comprobar la solución? ¿Cómo? (¡hacerlo!)
- ¿Es posible resolver el problema por una vía más corta?
- ¿Qué otro resultado se puede obtener por esta vía?

Es necesario aquí destacar que estas etapas y preguntas no constituyen un algoritmo obligado, no son fijos, sino que constituyen una guía para la acción, una orientación de cómo proceder.

Lo planteado hasta aquí se resume en el esquema siguiente.





El procedimiento generalizado para la resolución de problemas, comprende en su elaboración un conjunto de preguntas que debe contestar el alumno. Para dar respuesta a las interrogantes el estudiante debe vencer determinadas acciones que se asocian a las preguntas, las que se sustentan en las formas de trabajo y del pensamiento (heurísticos).

La primera pregunta plantea: ¿Qué dice? Está dirigida a comprender el problema. A ella se asocian las acciones de leer, identificar el tipo de problema (fundamentalmente Aritmética, Álgebra o Geometría), determinar el contenido del problema, aclarar conceptos, palabras claves, frase u oraciones y releo, para lo cual se auxilia de las acciones propuestas, de forma tal que pueda precisar lo dado y lo buscado, así como establecer las condiciones dadas. Las preguntas se corresponden con el momento de orientación de la actividad.

La segunda pregunta: ¿Puedo decirlo de otra forma?, también tiene como objetivo comprender el problema. Si el alumno comprendió el problema con las acciones de la pregunta uno, puede directamente pasar a la pregunta tres, pero de no ser así, debe responder la pregunta dos, que tiene como acción la reformulación del problema, es decir expresarlo con sus propias palabras que permitan comprender el mismo y poder determinar los elementos del problema. Esta pregunta también se corresponde

con el momento de orientación de la actividad.

Es muy importante antes de pasar a la pregunta tres, organizar la información, si es posible, en tablas, esquemas, gráficos, etc.

La pregunta tres consiste en: ¿Cómo lo puedo resolver? Esta pregunta tiene como objetivo buscar la idea para trazarse un plan (corresponde con el momento de orientación dentro de la actividad) y ejecutar el plan vislumbrado. La misma cuenta con las acciones: busco situaciones parecidas (analogías con problemas de contenidos similares), establecer relaciones entre magnitudes dadas y buscadas, apoyados en la modelación, busco la vía y resuelvo. Esta última acción se relaciona con la etapa de ejecución dentro de la teoría de la actividad.

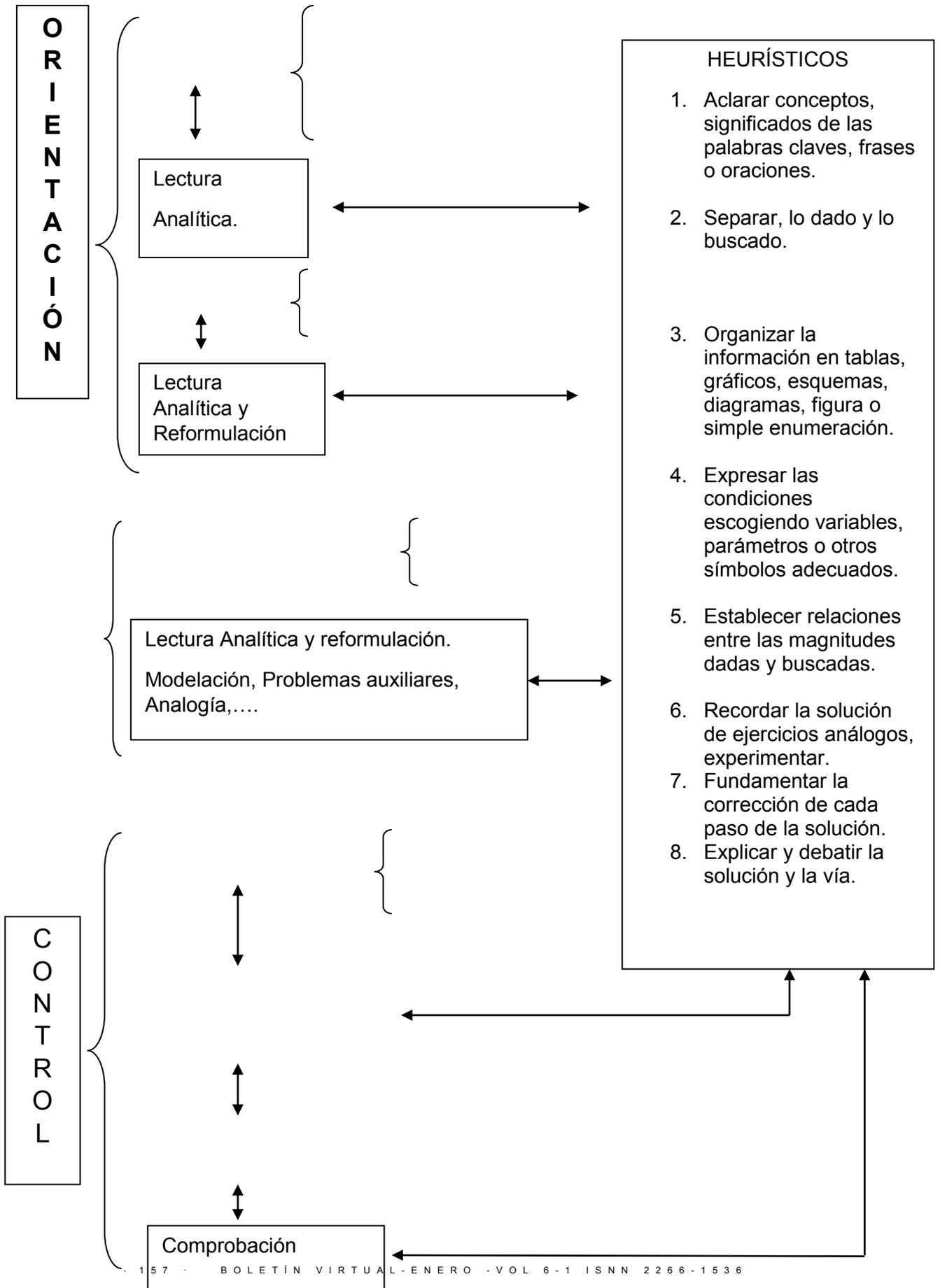
La pregunta cuatro: ¿Son matemáticamente los resultados obtenidos?, el objetivo de esta pregunta se corresponde con la realización del control (autocontrol) de los resultados obtenidos, teniendo en cuenta el valor de verdad de la Matemática como ciencia. La acción que se corresponde con esta pregunta, es la de control de los resultados sobre la base de la verdad matemática. Esta pregunta se corresponde con el control de la actividad.

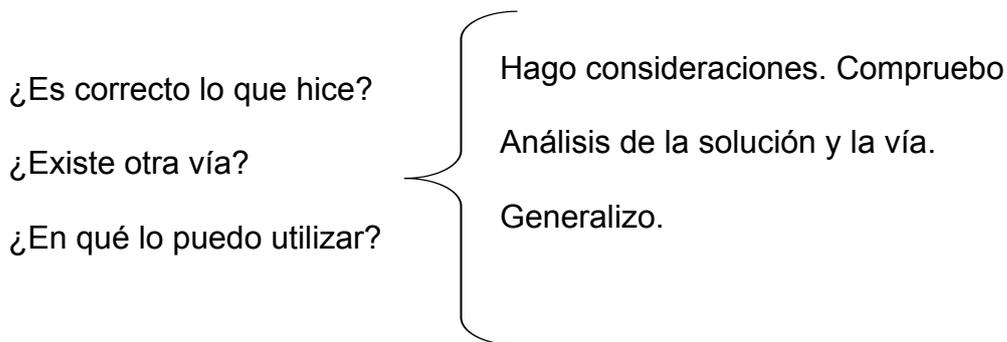
La pregunta cinco: ¿Es correcto lo



que hice?, tiene como objetivo realizar la comprobación del problema sobre la base del análisis de la solución y la vía para resolver el problema. La acción que con esta pregunta es hacer consideraciones, explicar y debatir la solución, la vía y comprobar. Esta pregunta se relaciona con el control de la actividad.

Si asociamos cada una de las pregunta que conforman el procedimiento con los momentos de la actividad tomamos en cuenta : las dos primeras preguntas se corresponden con la etapa de orientación, la pregunta tres (considerando dos partes, una buscar la vía y la segunda resolver, según diagnóstico, si hay dificultades, la ubicamos en la etapa de orientación, dentro de la actividad a la búsqueda de la vía de solución (uso de impulsos), de lo contrario ambas partes se corresponden con la ejecución, la cuatro y la cinco con el control.





Del análisis realizado se infiere la necesidad de poner en práctica el procedimiento generalizado, para demostrar la necesidad de su generalización lo cual permitirá un mejor desarrollo de las habilidades para la resolución de problema en las condiciones habituales de la práctica pedagógica actual.

CONCLUSIONES:

La sistematización de la teoría que aborda los fundamentos didácticos del proceso de enseñanza aprendizaje y las ciencias que se relacionan con ella, así como una constante reflexión, en lo particular del proceso enseñanza aprendizaje de la resolución de problemas, nos permite arribar a las siguientes conclusiones generales:

- Se constata en los estudios sobre la resolución de problemas, que sus fundamentos están el Teoría del conocimiento; en la Teoría de la Formación de las Acciones Mentales; en la Teoría de la Actividad y en los Principios de la Pedagogía General.
- Se demuestra la necesidad de perfeccionar la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje de la resolución de

problemas, en la situación típica “El tratamiento de ejercicios y problemas” a partir de diferentes propuestas científicas y didáctico metodológica.

- En el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática y especialmente la problemas donde existe un fuerte nexo alumno-alumno, y profesor-alumno, la búsqueda de vías novedosas alcanza un papel importante para el logro efectivo de tal proceso y la adquisición de conocimientos y estrategias duraderos por los estudiantes
- Por tanto, aprender a resolver problemas es una necesidad de todo estudiante bajo la dirección del docente, y un acto donde la actividad del estudiante y la del docente este unida mediante una constante relación que facilite



el aprendizaje y la búsqueda de nuevos conocimientos de los primeros y hacer efectiva la dirección de los últimos.

- La resolución de problemas en el proceso de enseñanza – aprendizaje, tiene relación intrínseca con ciencias tales como: la Filosofía, la Psicología, la Pedagogía, la Didáctica, la Sociología, la Lógica. Esta habilidad docente, concebida en el procedimiento generalizado constituye una fuerte herramienta que en manos de los profesores, puede contribuir al desarrollo de la independencia cognoscitiva de los estudiantes del nivel medio superior de la escuela cubana.

BIBLIOGRAFÍA:

- ✓ BALLESTER, P, S, y otros: Metodología de la enseñanza de la Matemática, t, I, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, 1992.
- ✓ BAZÁN, A. y CHALINI, A.: Estrategias utilizadas por estudiantes egresados de secundaria en la resolución de problemas matemáticos. En Revista especializada de Educación Pedagógica. Tercera época, Vol.10, número 5 Invierno, México, 1995.
- ✓ BERNAL., D. JOHN. Historia

social de la ciencia. La ciencia en la historia. Editorial ciencias sociales. La Habana. 1986. p 1-14.

- ✓ CAMPISTROUS, L. y L. RIZO, C.: Aprender a resolver problemas aritméticos. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1996.
- ✓ _____ Aprender a resolver problemas aritméticos. Grupo ARPA, Proyecto TEDI, Curso Evento Internacional Pedagogía 97, La Habana, Cuba, 1997.
- ✓ _____ Didáctica y Solución de problemas. Pedagogía 99, Curso pre-evento, La Habana, 1999.
- ✓ _____ Tecnología, resolución de problemas y Didáctica de la Matemática. Ponencia presentas en Reunión sobre Tecnología de la enseñanza de la Matemática, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, 2001.
- ✓ _____ Didáctica y solución de problemas”. Curso en Evento Internacional de Didáctica de las Ciencias, La Habana, Cuba, 2002.
- ✓ CLEMENTS, M. A: Planteamiento y resolución de problemas: Es relevante Polya para los



- matemáticos escolares del siglo XXI?, en SUMA – 30, revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ICE. Universidad de Zaragoza, 2009.
- ✓ COLECTIVO DE AUTORES: “Sistema de acciones para las habilidades fundamentales de estudio. Instituto Superior Pedagógico “Frank País García”, Santiago de Cuba, (documento digital), 1007.
 - ✓ CONCEPCOÓN M. R Y RODRÍGUEZ, F: “Rol del profesor y sus estudiantes en el proceso de enseñanza – aprendizaje. Ediciones Holguín, 2005.
 - ✓ DÁVISON, L. y OTROS.: Problemas de Matemática elementales I. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1987.
 - ✓ DE BOND, E.: La práctica de enseñar o resolver problemas cotidianos. Editorial Kairós, Barcelona, 1973.
 - ✓ ESAULO V,A.: Psicología de la solución de problemas. Editorial escuela Superior, Moscú, 1992.
 - ✓ GALPERIN, P. YA.: Sobre el método de formación por etapas de acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Editorial Pueblo y educación, Ciudad de La Habana, 1985.
 - ✓ GONZÁLEZ, D: La formulación de problemas matemáticos para los escolares. Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana, 2010.
 - ✓ JUNK. W.: Conferencia sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2. Primera Parte. Editorial Libros para la educación, La Habana, 1982.
 - ✓ LABARRERE. A.: Bases psicopedagógicas de la solución de problemas en la enseñanza primaria. Editorial Pueblo y educación, La Habana, 1987.
 - ✓ _____: La solución y formulación de problemas como forma de contribuir al desarrollo de habilidades y al pensamiento matemático. Material mimeografiado, la Habana, 1983.
 - ✓ LEONTIEV. A. N.: Sobre la formación de las capacidades. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. Compilado por I. I. ILIASOV y V. YALIAODIS, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1986.
 - ✓ LLIVINA, M. J.: Unas propuestas metodológicas para contribuir al desarrollo de la capacidad de resolver problemas matemáticos.



- Tesis en opción al Grado Científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”, La Habana, 1999.
- ✓ LÓPEZ, M.: Sabes enseñar a describir, definir, argumentar. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1990.
 - ✓ MAJMUTO, V. I.: La enseñanza problemática. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1983.
 - ✓ MÓNACO, S. y AGUIRRE, I.: Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel medio básico, en estudio de casos. Tesis en opción al título académico de Máster en Investigación Educativa, Universidad autónoma de Guerrero, México, 2011.
 - ✓ MÜLLER, HORST.: El programa heurístico general para la resolución de ejercicios, en Boletín Sociedad Cubana de Matemática, No 9, La Habana, 1987.
 - ✓ NOVAK, Y. y GODWIN, D.: Aprendiendo a aprender. Editorial Martínez Roca, Barcelona, 1988.
 - ✓ PALACIO, J. P.: Colección de problemas matemáticos para la vida. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2003.
 - ✓ Pifarré, Manoli y Sanuy, Jaume. .La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. Departamento de Pedagogía y Psicología. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Lleida. Campus de la Caparrella s/n. 25192 Lleida
 - ✓ RIBNIKOV, K. : Historia de la Matemática. Editorial Mir, Moscú, 1987.
 - ✓ RUBINSTEIN, S.L.: Fundamentos de Psicología. Editorial Academia de Ciencias de la URSS, Moscú, 1959.
 - ✓ RICO, P.: La zona de desarrollo próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de la Habana, 2003.
 - ✓ SHOENFELD, A.: Resolución de problemas. Elementos para una propuesta en el aprendizaje de las Matemáticas, Cuadernos de Investigación, No. 25, México, 1993.
 - ✓ SOWNDER, L.: La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con textos en la enseñanza y valoración de



la solución de problemas. Concilio Nacional de la enseñanza de la Matemática, USA, 1989.

- ✓ TALÍZINA, N. F.: Psicología de la enseñanza. Editorial Progreso, Moscú, 1988.
- ✓ _____: La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares. Universidad de La Habana, MES, Ciudad de La Habana, 1987.
- ✓ VIGOTSKY, L. s.: Dinámica del desarrollo mental en el escolar en relación con la enseñanza. Folleto, Traducido por Bell, R. Tomado del libro Psicología Pedagógica, Moscú,