



RECIBIDO EL 16 DE ABRIL DE 2023 - ACEPTADO EL 15 DE JULIO DE 2023

Un acercamiento semiótico a la interpretación de gráficos estadísticos en un libro de texto escolar de grado quinto en Colombia

A semiotic approach to the interpretation of statistical graphs in a fifth grade school textbook in Colombia

1 0 1 · Cristian Camilo Fúneme Mateus¹

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Resumen

Este artículo hace parte de las actividades de investigación desarrolladas por el autor en el Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y en él se presenta un análisis semiótico de las situaciones propuestas en un libro de texto escolar para abordar el objeto matemático gráfico estadístico en el grado quinto de educación básica primaria. Específicamente, se expone la estructura asociada a las actividades del texto a través de los planteamientos semióticos de

Raymond Duval, identificando representaciones de diferentes gráficos estadísticos, procesos de conversión y tratamiento asociados a ellos. Esto se realiza a partir de un diseño metodológico cualitativo, enmarcado en un estudio caso, para discutir los datos emergentes del análisis documental del texto escolar seleccionado. Los resultados obtenidos muestran una falta de gestión adecuada del significado de los gráficos estadísticos, pues se identificó una articulación de las representaciones que lleva a un trabajo aislado y no significativo de dicho objeto matemático.

Palabras clave. Gráfico estadístico, registros, representaciones, semiótica, significado.

¹ Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Licenciado en matemáticas y Magister en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (Uptc). Magister en Ciencias-Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia. <https://orcid.org/0000-0002-9158-427X>



Abstract

This article is part of the research activities developed by the author in the Doctorado Interinstitucional en Educación of the Universidad Distrital Francisco José de Caldas and it presents a semiotic analysis of the situations proposed in a school textbook to approach the statistical graphic mathematical object in the fifth grade of elementary school. Specifically, the structure associated to the text activities is exposed through Raymond Duval's semiotic approaches, identifying representations of different statistical graphs, conversion processes and treatment associated to them. This is carried out using a qualitative methodological design, framed in a case study, to discuss the emerging data from the documentary analysis of the selected school text. The results obtained show a lack of adequate management of the meaning of statistical graphs, an articulation of the representations was identified that leads to an isolated and non-significant work of said mathematical object.

Keywords. Statistical graph, registers, representations, semiotics, meaning.

Introducción

La complejidad inherente a la comprensión de la naturaleza del conocimiento matemático ha traído consigo un gran debate a lo largo de la historia de la didáctica de la matemática ¿Cómo se aprende la matemática? Este interrogante se hace explícito desde los años sesenta y setenta, cuando se expresaba que la adquisición del significado de un objeto matemático debe ser entendido como un proceso de comprensión que se da a través del lenguaje (Dummett, 1991).

En esta línea, D'Amore (1999; 2001) muestra que en el proceso de construcción de un concepto se ponen en acción diversos significados de los objetos matemáticos, esto como resultado de

un proceso de generación e interpretación de representaciones semióticas de ellos. Respecto a esto, aparece en didáctica de la matemática la paradoja cognitiva del pensamiento matemático (Duval, 1993) que Radford sintetiza en un interrogante “¿Cómo llegamos a conocer los objetos generales, dado que no tenemos acceso a estos sino a través de representaciones que nosotros mismos nos hacemos de ellos?” (2005, p. 195) lo que lleva inevitablemente a un ciclo en que el estudiante solo adquiere una conceptualización de representaciones del objeto y no del objeto en sí mismo.

De esta forma, surge la teoría de los registros de representación semiótica como eje de la noética (adquisición conceptual) en el aprendizaje de la matemática (Duval, 1988, 1993, 1995), con la cual se pone de manifiesto la necesidad de gestionar en el aula el uso de diversas representaciones de un objeto matemático a través de los procesos de tratamiento y conversión de estas. Esta teoría ha sido de gran impacto en la didáctica de la matemática, pues ha permitido comprender que el desarrollo cognitivo debe ser concebido en términos de interacciones sociales, en las cuales las formas culturales sirven de mediación e interiorización del significado de las representaciones semióticas (D'Amore et al., 2015).

Pese a que existe dentro de la didáctica de la matemática un reconocimiento de la importancia de las representaciones semióticas para el aprendizaje de los diversos objetos de la matemática, es mínima la conciencia en las aulas de clase sobre su uso, cómo impactan en los estudiantes o cómo pueden ayudar para afrontar las diversas dificultades que ellos enfrentan en su proceso de aprendizaje (Varettoni y Elichiribehety, 2010; Artola et al., 2016).

Es así, como surge el interés de explorar si el libro de texto que se otorga al docente de matemáticas



en el contexto colombiano promueve una gestión significativa de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos en el aula de clase. Esto considerando que, si bien el docente puede desconocer las consideraciones teóricas emergentes de las discusiones académicas respecto a la semiótica, las editoriales como fuentes expertas que proporcionan material didáctico, debe conocer los diferentes aspectos teóricos que se proponen a nivel nacional e internacional para el aprendizaje de la matemática.

Ahora bien, dentro del aprendizaje de la matemática en la educación inicial existen algunos conceptos que son base para el desarrollo del pensamiento matemático, como es el caso de los gráficos estadísticos. Este objeto matemático es considerado como elemento fundamental y primario para el desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos (MEN, 2006), por esto de la importancia de la correcta gestión de su aprendizaje.

En particular, pese a que los gráficos estadísticos son un objeto al cual las personas tienen un acercamiento no formal en la cotidianidad desde los primeros años de vida a través de medios de comunicación (Vásquez y Cabrera, 2022), la comprensión que alcanzan los estudiantes de ellos es limitada y condicionada a la información explícita que se presenta en ellos, cuando se les plantean preguntas que requieren de ir más allá de lo evidente en los gráficos terminan por expresar cosas sin sentido, resaltando la información de manera incorrecta y sin alcanzar una comprensión de lo que representan (Latorre y Vásquez, 2021). Por esta razón, se presenta en este artículo algunos elementos semióticos que podrían aportar para considerar un abordaje más significativo de los gráficos estadísticos en los libros de texto que sirven de apoyo para la labor del docente y el aprendizaje de los estudiantes en Colombia.

Aspectos teóricos

Un rastreo histórico de la concepción de semiótica conlleva a una exploración de las diversas formas de entender el conocimiento desde la época antigua hasta la actualidad, recorrido al que se puede acceder a través de rigurosos trabajos como el expuesto por D'Amore et al. (2013), por esta razón este escrito se limita al desarrollo de las ideas centrales de la teoría semiótica de Duval, partiendo de su forma de entender el signo y finalizando con su idea general de la adquisición conceptual de los objetos matemáticos.

Para iniciar es importante recordar que el término semiótica tiene en su origen una fuerte relación con *signum*, palabra latina que adopta al término *signo* como aquel que indica hechos naturales, sociales y culturales (D'Amore, 2006). Recurriendo a esto, Duval (1998) plantea que un *registro de representación semiótica* es un sistema de signos que permiten a un sujeto o una institución (en el sentido de Godino y Batanero, 1994) la comunicación, tratamiento y objetivación de los objetos matemáticos; es decir, son sistemas cognitivamente productores e incluso creadores de representaciones que permiten acceder y descubrir objetos de conocimiento, caracterizándose esencialmente por dos operaciones cognitivas de transformación de las representaciones semióticas: el tratamiento y la conversión (Duval, 1996), las cuales distinguen la actividad matemática de cualquier actividad intelectual.

Para entender las transformaciones de las representaciones es preciso aclarar el concepto de sistema semiótico, el cual es definido por Duval (2006a) como un conjunto de: (1) reglas a través de las cuales se organizan, combinan o agrupan signos en unidades significativas; (2) elementos que adquieren sentido sólo cuando son sometidos a la oposición de otros elementos y a sus usos según las reglas expresadas en (1).



Esto lleva a Duval (2006b) a distinguir entre cuatro tipos de registros de representación semiótica: monofuncionales discursivos (sistemas simbólicos), monofuncionales no discursivos (configuraciones de unidades significativas), multifuncionales discursivos (lenguaje natural) y multifuncionales no discursivos (figuras, gráficos, etc.).

Ahora bien, solo aquellos sistemas semióticos en los cuales es posible la transformación de la representación de un objeto configuran un registro de representación semiótica (Santi, 2022). Si dicha transformación genera una representación dentro del mismo registro, entonces se cataloga como un tratamiento; mientras que, si genera una representación en un registro diferente al inicial es una conversión (D'Amore y Sbaragli, 2011).

Duval (2017) señala que la transformación de una representación, desde el punto de vista cognitivo, implica cambiar el contenido de la representación de un objeto, este aspecto sobre la representación y el objeto permite considerar que existe una diferencia intrínseca entre ellos: la variabilidad de una y la invariabilidad de la otra, “a diferencia del objeto, sus representaciones cambian según los puntos de vista considerados y los sistemas utilizados para obtener una representación de él. El objeto aparece como invariante de todas las variaciones posibles de sus representaciones” (Duval, 2017, p. 18). Es decir, cada representación proporciona un contenido diferente, de manera que el objeto matemático se concibe como aquello que se configura como invariante entre todas las representaciones.

Las consideraciones de Duval no solo constituyen una declaración de actividades que se configuran como esenciales en la búsqueda de la comprensión del conocimiento matemático por parte de los estudiantes, sino que también revela la dificultad implícita que hay en el

aprendizaje de los objetos matemáticos, esto es expresado por Duval (1993, p. 38) como la paradoja cognitiva y su traducción al español es dada por D'Amore (2009, p. 182):

(...) por una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y, por otra, es sólo por medio de representaciones semióticas que es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Esta paradoja puede constituir un verdadero círculo vicioso para el aprendizaje. ¿Cómo sujetos en fase de aprendizaje no podrían confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas si ellos no pueden más que tener relación solo con dichas representaciones? La imposibilidad de un acceso directo a los objetos matemáticos, fuera de toda representación semiótica, vuelve la confusión casi inevitable. Y, al contrario, ¿cómo podrían ellos adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos, necesariamente ligados a las representaciones semióticas, si no tienen ya un aprendizaje conceptual de los objetos representados? Esta paradoja es aún más fuerte si se identifica actividad matemática con actividad conceptual y si se consideran las representaciones semióticas como secundarias o extrínsecas.

Por consiguiente, la visión semiótica en Duval plantea que la adquisición conceptual de los objetos (Noética) está caracterizada por tres actividades cognitivas: la producción (mental, oral, gráfica/visual, o digital) de representaciones, tratamiento y conversión de ellas (Iori, 2021). Así, la construcción del concepto de un objeto matemático depende de la capacidad que adquiere el estudiante de usar sus registros desde estas tres actividades,



las cuales no son estáticas ni están totalmente determinadas (D'Amore, 2005).

La distinción entre concepto y objeto en la interpretación que se hace del trabajo de Duval en este artículo, radica en que se asume la posición desde la cual al hablar en general de "objetos" se busca resaltar la realidad particular de las entidades estudiadas, creadas, construidas o investigadas por el matemático (D'Amore, 1999); mientras que, con la mención de los "conceptos" se quiere resaltar el resultado de un acto de pensamiento, la producción interna del pensamiento, por un lado, y la colección de una pluralidad de elementos en una sola unidad, o generalidad, por el otro (Cassin et al., 2014).

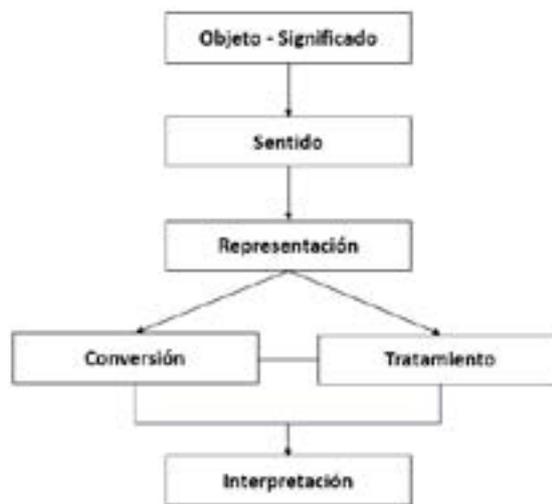
Es decir, un objeto matemático, al no tener referencias ostensivas, no puede asociarse a un objeto real (desde el punto de vista del realismo ingenuo) y por esto su comprensión no puede basarse en la realidad concreta, lo que lleva a entender que el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que conceptual (D'Amore, 2000) y por tanto requiere de sistemas semióticos con funciones de comunicación y de toma de conciencia, que además son el resultado de un acto de pensamiento y de transformación de los signos o representaciones semióticas que los constituyen (Iori, 2021)

Las consideraciones semióticas que se han presentado rescatan la importancia de las representaciones y de sus transformaciones como actividades que dan sentido a los objetos matemáticos (Radford, 2005), de manera que desde el punto de vista didáctico permiten acercarse a las dificultades que experimentan los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Esto al considerar que el tipo de actividades que experimenta un sujeto lo llevan a construir una cierta interpretación del concepto de un objeto matemático, la cual puede estar cargada tanto de elementos acertados como de algunos "errados" o en elaboración. Un esquema que

ayuda a describir el uso de esta idea en la comprensión de la actividad matemática en el aula es presentado por D'Amore (2006) y es adaptado en el presente artículo en la Figura 1.

Figura 1

Esquema de interpretación de objeto matemático



Fuente. Elaboración propia a partir de D'Amore (2006).

En esta esquematización el *objeto* (significado) corresponde a aquello que se desea representar, el *sentido* hace alusión a las características o rasgos distintivos del objeto que se esperan que se deriven de la experiencia o práctica social construida en el aula y el triángulo central (representación, tratamiento y conversión) es el corazón de la actividad matemática a partir de la cual el sujeto construye su interpretación del objeto. Entre la interpretación (que es un objeto personal) y el objeto inicial (objeto institucional) existen relaciones que posibilitan la comprensión de las fortalezas y debilidades de la actividad matemática que vivió el sujeto, esto en términos del estudio de los conflictos que pueden existir entre estos dos objetos.

A partir de este esquema de acercamiento semiótico a la comprensión de un objeto



matemático (Figura 1), se adopta en este artículo el análisis de las situaciones propuestas por un libro de texto para el aprendizaje de los gráficos estadísticos en el grado quinto de educación básica primaria.

Metodología

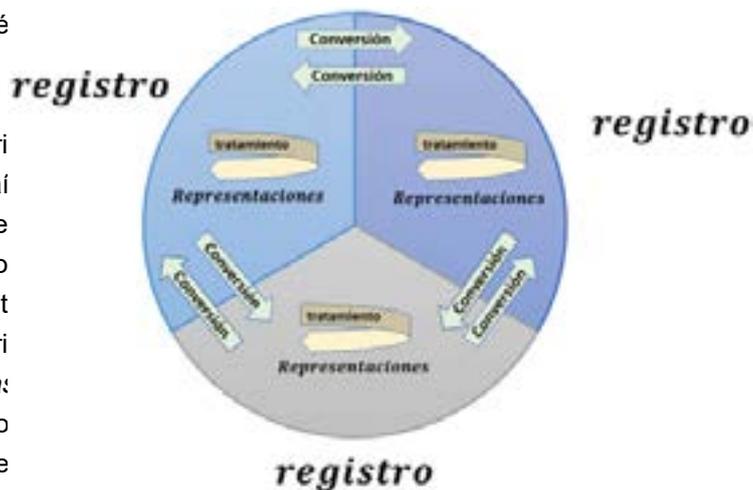
Se siguen los fundamentos de la investigación cualitativa considerando que se desarrolla un proceso de análisis del fenómeno de estudio con intenciones de comprensión de él y no de generalizaciones de lo derivado de su estudio (Stake, 1999). En particular, se busca comprender las relaciones entre las representaciones semióticas de los diagramas de barras y el tipo de actividad cognitiva de los estudiantes que se derivan de ellas en un libro de texto escolar; es decir, es una investigación que corresponde al estudio de caso al abordar un objeto específico (un libro de texto propuesto por el Ministerio de educación de Colombia (MEN)), en un contexto determinado (grado quinto de educación básica primaria) y con un detalle de particular interés (los gráficos estadísticos).

En cuanto al libro analizado, Según el Ministerio de Cultura de Colombia (2016), en dicho país existen por lo menos 150 editoriales que ofrece libros de textos; sin embargo, la editorial con mayor alcance es la dirigida por el MEN mediante el Programa Todos a Aprender (PTA) y su serie de libros *Vamos a aprender matemática*: Esta línea de libros ha sido distribuida en los últimos años en la mayoría de las instituciones educativas públicas colombianas, lo que lleva a que tengan un gran impacto en la forma en que se desarrollan algunas de las prácticas matemáticas en las aulas de clase. En particular, en el grado quinto de educación básica primaria se considera por el MEN (2017) que los gráficos estadísticos son la unidad temática central para el desarrollo del pensamiento aleatorio.

La principal técnica de estudio empleada es el análisis de texto, entendiendo a la palabra texto como un registro con finalidad comunicativa (Brown y Yule, 1993), de manera que el estudio de ellos se centra en el contenido presente en términos semióticos, se reflexiona sobre los sistemas de significación y su realización en el texto (Eco, 1975). Es así, como el instrumento eje de estudio se convierte exclusivamente en el libro de texto, identificando cada una de las situaciones propuestas para luego clasificarlas de acuerdo con los registros y representaciones de los gráficos que se hacen presentes en ella. En otras palabras, se sistematiza la información que ofrece el texto en una configuración semiótica (Figura 2) que presenta la codificación de los: registros, representaciones, tratamientos y conversiones.

Figura 2

Configuración semiótica de objeto matemático



Fuente. Elaboración propia.

Posterior a la identificación de todas las situaciones y las transformaciones que se proponen en ellas, se constituye la interpretación del conjunto de situaciones analizadas de los diagramas de barras a través del esquema propuesto por D'Amore (2006) y que fue expuesto previamente en la Figura 1.



Análisis de datos

Para iniciar el análisis de las situaciones propuestas en el libro de texto diseñado por el MEN (2017) para el grado quinto, se presenta la codificación empleada y retomada de D'Amore (2009) en la Tabla 1.

Tabla 1
Codificación de libro de texto

Situación	S_j
Registro semiótico	R_i^m
Representación semiótica	R_i^m

Nota. En esta forma de codificación R_i^m indica que la representación i pertenece al registro R^m .

La estructura específica de la unidad del texto responde a un recorrido a través de 4 subdivisiones: apertura de la unidad, en donde el libro presenta lo que considera que el estudiante debe saber (pre-saberes), lo que se busca que aprenda y una propuesta de aplicación de saberes en contexto; Sigue la ruta didáctica, en donde se dan definiciones, ejemplos y actividades de ejercitación a desarrollar por los estudiantes; Posterior a ello, para la sección de resolución de problemas que propone el análisis y solución de diversas situaciones que incorporan elementos extra-matemáticos; finalmente, aparece la evaluación del aprendizaje, sección que ofrece más actividades para que el estudiante solucione y con tres tipos de estructuras, algunas presentadas como preguntas de selección múltiple con única respuesta, otras de construcción y análisis de gráficas y finalmente algunas indicadas como aplicación en la resolución de problemas.

La propuesta que da el libro para el manejo de los gráficos estadísticos es la siguiente: se comienza con una exploración de los presaberes de los estudiantes al pedirles construir un diagrama de barras a partir de

los datos de una encuesta. Acto seguido, se propone una explicación respecto a la relación de las frecuencias con la construcción de cada gráfico. Lo siguiente, es una serie de actividades que buscan la ejercitación de la construcción y análisis de diagramas de barras y se termina con un conjunto de actividades que se proponen como evaluación de lo aprendido. Además, en varias ocasiones se remite al estudiante a un cuaderno de trabajo en el que se encuentran más ejercicios para ser resueltos, los cuales conservan la misma estructura e intención de las situaciones que se describen en este artículo, solo modificando algunos datos o variables.

En total, el texto escolar analizado ofrece al profesor y estudiantes 38 situaciones relacionadas con los gráficos estadísticos: diagrama de barras, diagrama de puntos y líneas, diagrama circular y pictograma. Dado que resulta demasiado extenso presentar la descripción de cada una de las situaciones en este artículo, se exponen dos situaciones (Figura 3 y Figura 5) a modo de ejemplo de la forma en que fueron identificadas y simbolizadas cada una de las representaciones con su correspondiente registro, luego se muestra una tabla en la que se agrupan todas las representaciones encontradas en tres tipos de registros, indicando el sentido que se le atribuye a cada una de ellas y las diferentes situaciones en que se usan de forma explícita o en las que se espera que el estudiante las produzca.

Figura 3

Situación de aprendizaje para diagrama de barras

Elabora una gráfica de barras que represente los datos que se presentan en la tabla.

Registro de la hora de levantarse en un fin de semana	
Hora	Número de personas
6:00 a. m.	3000
7:00 a. m.	3300
8:00 a. m.	2100
9:00 a. m.	1500
10:00 a. m.	3600

Fuente. MEN (2017).

Para la situación expuesta en la Figura 3 el texto hace uso del registro r^3 (lenguaje gráfico) en la representación R_1^3 (representación tabular de datos), esto a la espera de que el estudiante otorgue la solución nuevamente mediante el registro r^3 pero en este caso a través de la representación R_2^3 (diagrama de barras). Es decir, se espera un tratamiento de la representación de tipo R_1^3 al pasar de una tabla de frecuencias a un diagrama de barras, mediante la aplicación de un algoritmo de asociación de frecuencias absolutas con alturas de barras en el diagrama que se explica previo a la situación.

Ahora bien, en la Figura 4 se presenta una situación que ejemplifica la expectativa en el libro de texto respecto a la generación de conversiones. En dicha situación se espera el paso de r^3 a r^1 (lenguaje natural), solicitando al estudiante representaciones del tipo R_3^1 que corresponden a la interpretación de la moda a través de una tabla de datos. Además, se espera que el estudiante utilice el registro r^2 (lenguaje simbólico) para expresar frecuencias particulares (R_2^2) de la variable estudiada.

Figura 4

Situación de aprendizaje para tabla de frecuencias

Una cafetería tomó un registro de las bebidas que consumieron sus clientes durante un día y obtuvo los datos de la tabla.

Bebida	Frecuencia
Café	7
Jugo natural	10
Gaseosa	12
Yogur	7
Leche caliente	5

a. ¿Cuál bebida presenta mayor frecuencia?

b. ¿Qué significa que una bebida tenga mayor frecuencia?

c. ¿A cuántas personas se les registró la bebida que toman?

Fuente. MEN (2017).



Los registros y representaciones presentes en cada situación relativa a los gráficos estadísticos se presentan totalmente codificados en la Tabla 2. En dicha tabla se encuentra que se recurre al lenguaje natural principalmente para que el estudiante describa su forma de comprender las variables estadísticas que se asocian a los gráficos estadísticos, además de buscar que en este tipo de registro emerja la identificación de unidades significantes que dan sentido y diferencian cada tipo de gráfico.

En cuanto al lenguaje simbólico, se encuentra que en el texto se emplea con una intención fundamentalmente de naturaleza numérica y como medio de relación entre el tamaño de la muestra y las frecuencias absolutas empleadas en la construcción de los gráficos. Finalmente, los tipos de gráficos que se manejan en el texto son la tabla de frecuencias, el diagrama de barras, de líneas, de puntos, el pictograma y el diagrama circular, afrontados de una manera equitativa, por lo menos en lo que se refiere a la cantidad de situaciones en que aparece cada uno de ellos.

Tabla 2

Registros de representación semiótica identificados para gráficos estadísticos

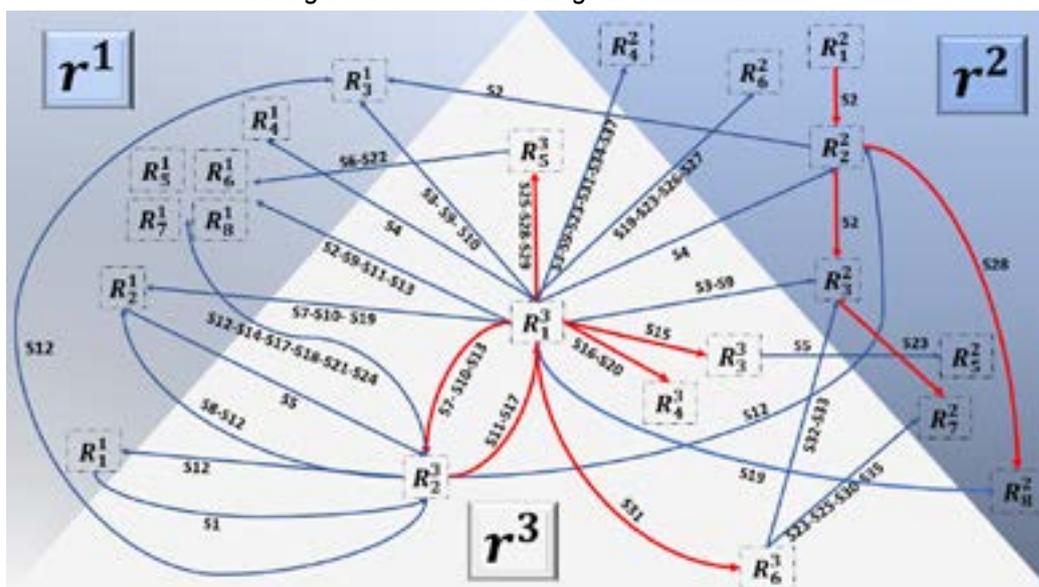
Registro	Representación	Sentido	Situaciones
Lenguaje Natural (r ¹)	R_1^1	Resultados de encuestas	1, 12, 31
	R_2^1	Valores de una variable estadística	2, 8, 10, 12, 20, 26, 27, 31, 37, 38
	R_3^1	Moda	2, 3, 9, 10, 12, 29, 31
	R_4^1	Valor asignado a un icono	4, 23
	R_5^1	Ubicación de valores de frecuencia absoluta en un gráfico	5, 13, 17
	R_6^1	Variable estadística	5, 9, 10, 12, 17, 23, 34
	R_7^1	Representación icónica de la frecuencia absoluta	5, 6
	R_8^1	Unidades significantes en un gráfico	14, 17, 18, 21, 22, 24, 30, 32
Lenguaje simbólico (r ²)	R_1^2	Conteo	2
	R_2^2	Frecuencia absoluta	2, 4, 12, 38
	R_3^2	Frecuencia relativa	25, 32
	R_4^2	Tamaño de una muestra	2, 3, 9, 23, 31, 34, 37
	R_5^2	Escala numérica en un gráfico	5
	R_6^2	Suma de frecuencias absolutas	19, 23
	R_7^2	Proporción entre grados y frecuencias absolutas	30, 31, 35, 36, 37
	R_8^2	Moda	28
Gráfico (r ³)	R_1^3	Tabla de frecuencias	2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 15, 16, 20, 28, 31
	R_2^3	Diagrama de barras	1, 5, 8, 9, 10, 11, 21
	R_3^3	Diagrama de líneas	15, 16, 17, 20, 21
	R_4^3	Diagrama de puntos	15, 17
	R_5^3	Pictograma	23, 25, 26, 27, 29
	R_6^3	Diagrama circular	31, 33, 34, 36, 37, 38

Fuente. Elaboración propia.

Acudiendo a lo expuesto por Duval (2017) la identificación de las representaciones no es suficiente para acercarse a la interpretación que pueden construir los estudiantes respecto a los gráficos estadísticos, sino que debe acompañarse de las transformaciones que puedan existir entre ellas. En atención a esto, se presenta en la Figura 5 la configuración semiótica de la unidad del texto correspondiente a los gráficos estadísticos, agrupando en ella cada representación encontrada en su correspondiente registro: Lenguaje Natural (r^1), Lenguaje simbólico (r^2) o gráfico (r^3), indicando con flechas aquellas representaciones que conectan mediante los dos procesos de

transformación: tratamiento (flechas rojas) y conversiones (flechas azules). Además, en cada flecha se indica el número de la situación que lleva al estudiante a realizar las transformaciones de las representaciones de los gráficos estadísticos estudiados, con esto se busca mostrar una visión global de cómo se moviliza el pensamiento del estudiante al estudiar estos objetos matemáticos a través de las situaciones propuestas por el libro de texto analizado.

Figura 5
Configuración semiótica de gráficos estadísticos



Fuente. Elaboración propia. En este esquema las flechas azules indican conversión y las rojas tratamiento de las representaciones.

De esta forma, se revela que lo propuesto por el libro centra su atención en la obtención de la representación gráfica a partir de tablas de frecuencia ($R_1^3 R_1^3$), empleando el lenguaje natural sólo como un apoyo para indicar los elementos que en estas representaciones aparecen, más no existe una gestión desde el lenguaje de los estudiantes para dotar de significado a los diagramas o para buscar argumentaciones por parte de ellos de lo que piensan sobre estas representaciones de datos o su utilidad.

Más aún, la transnumeración de la información que se encuentra en estas representaciones se reduce a identificar valores numéricos, pero no se articula lo que el estudiante observa de estos valores numéricos con expresiones verbales o escritas propias de su lenguaje natural. Minimizando el valor de representaciones como los valores de las escalas (R_5^2) y las representaciones de conteos (R_1^2) que terminan aisladas.



En cuanto a los diagramas de puntos (R_3^2) y líneas (R_2^1), la situación es esencialmente la misma. Nuevamente el lenguaje natural se reduce a ser un acompañante del proceso mediante el cual se explica cómo elaborar las representaciones gráficas y cómo pasar de las tablas de frecuencia (R_1^1) a ellos, pero no existe una gestión de ese lenguaje desde lo que piensa y puede expresar el estudiante. Más llamativo aún, no existe un aprovechamiento de la relación entre los dos diagramas, pues no hay situaciones en que se hagan tratamientos para pasar de representaciones del uno al otro.

Incluso, algunas representaciones numéricas quedan totalmente aisladas entre sí (R_4^2 y R_6^2), no existe una gestión de tratamientos entre ellas. Así, no se otorga al estudiante la oportunidad de reflexionar sobre ellas, relacionarlas, discutir las o replantearse si son correctas, esto mismo ocurre con las representaciones del lenguaje natural que quedan totalmente aisladas entre sí y por lo tanto desaprovechadas.

Por otra parte, en lo que refiere a los pictogramas (R_5^2), la cantidad de representaciones y conexiones entre ellas se reduce considerablemente respecto a los diagramas antes descritos, centrando la atención en el tratamiento numérico de los datos que estos diagramas ofrecen, específicamente el libro hace énfasis en que el estudiante pueda establecer equivalencias entre el valor numérico de iconos (R_1^1) y las frecuencias de los diferentes valores de las variables estadísticas.

Finalmente, el diagrama circular las relaciones se articulan en el libro a partir de la búsqueda del tratamiento entre las tablas de frecuencia y los diagramas circulares, esto a través de la conversión que lleva las frecuencias presentadas en las tablas a grados para así finalizar con la conversión al diagrama circular deseado

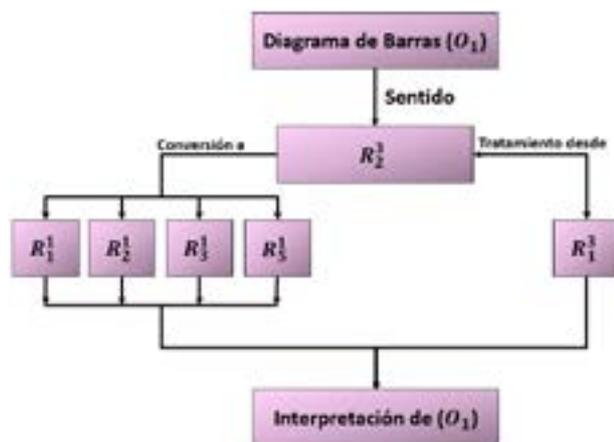
en cada situación. Es decir, el libro focaliza la atención en el proceso de construcción de diagramas circulares mediante la articulación entre el registro numérico y gráfico.

Hasta este punto se ha descrito las situaciones propuestas por el libro, las conexiones entre las representaciones a través de los tratamientos y conversiones, destacando en donde se centra la atención para abordar cada gráfico. A continuación, se presenta el esquema de asociación entre cada tipo de gráfico estadístico que presenta el libro y la interpretación derivada de ellos.

Para iniciar, respecto al diagrama de barras (Figura 6) se encuentra que es un tipo de gráfico cuya función es representar información que proviene de una tabla de frecuencias, de manera que luego se pueda diferenciar mediante las alturas de las barras la tendencia modal de los datos. No se presenta como un objeto de análisis o discusión de los datos, ni tampoco se muestran conexiones con los demás gráficos estadísticos.

Figura 6

Esquema de interpretación para diagrama de barras



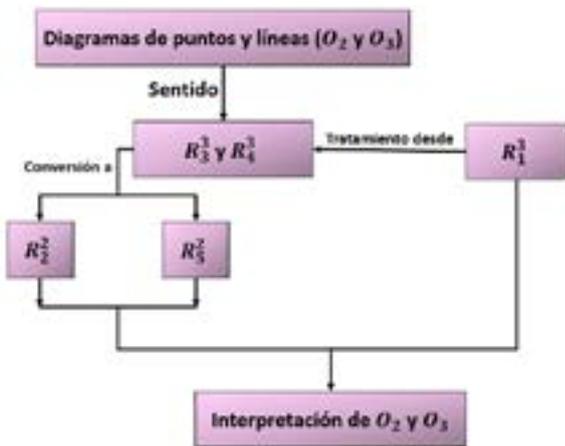
En lo que respecta al diagrama de puntos y líneas (Figura 7) se encuentra que es un tipo de



gráfico cuya función nuevamente es representar información que proviene de una tabla de frecuencias, pero en este caso con la intención de determinar relaciones entre frecuencias absolutas y escalas en que debe diseñarse el gráfico. No se identifican preguntas o situaciones que movilicen la lectura de este gráfico desde lo que representa respecto a los datos o variables de estudio.

Figura 7

Esquema de interpretación para diagramas de puntos y líneas



1 1 2

En el trabajo propuesto en el libro de texto escolar para el pictograma (Figura 8) se identifica que se orienta como un gráfico que permite asignar valores numéricos a representaciones icónicas de una variable de estudio que es presentada a través de una tabla de frecuencias. Es decir, hay una gestión del gráfico como un medio de comprensión del valor de las frecuencias absolutas mediante iconos que expresan los posibles valores de un variable.

Figura 8

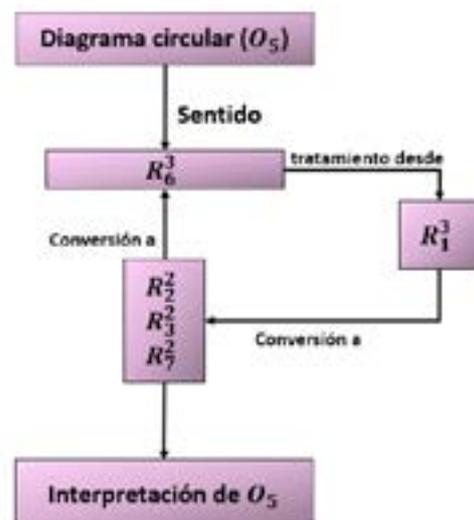
Esquema de interpretación para pictogramas



Finalmente se encuentra respecto al diagrama circular (Figura 9) que se desarrollan algunas relaciones entre frecuencias absolutas, relativas y grados como la dinámica que da sentido al trabajo con el diagrama y, como se hizo habitual en todos los gráficos, la tabla de frecuencias es la fuente de datos y análisis. Con esto el diagrama circular adquiere una intención de transformación de una tabla de datos para visualizarlos de una forma distinta y no como un gráfico que permita analizarlos.

Figura 9

Esquema de interpretación para diagrama circular





Discusión de resultados

A partir de los resultados expuestos se identifican algunos puntos que se considera fundamental discutir. Para iniciar, al observar la estructura general propuesta por el libro, se encuentra que hace uso de un número considerable de registros de representación semiótica y que recurre a procesos de tratamiento y conversión, pero esto no basta para que el estudiante logre una interpretación amplia de los diagramas estadísticos.

Lo anterior, considerando que el presentar una multiplicidad de registros de representación semiótica es una necesidad inicial y esencial para tomar conciencia de la desviación epistemológica interna a cada representación (Duval, 2008). Conciencia que solo es lograda mediante la puesta en marcha de los tratamientos y conversiones, pero articulados desde la discriminación de los niveles de organización y las unidades de significado que no se dan por separado (Duval, 2017).

Es precisamente esto último uno de los factores problemáticos en el libro de texto analizado, pues las transformaciones de las representaciones se limitan a ser procesos de conexión entre registros, más no ofrecen al estudiante la oportunidad de discriminar, relacionar y discutir las unidades significantes de cada uno de los gráficos estadísticos que se le presentan.

Un segundo aspecto que es de vital importancia discutir, es el papel que tiene el lenguaje natural en el libro de texto analizado, pues se encuentra que existen múltiples registros de representación semiótica, algunos de ellos propuestos por el libro y otros que el estudiante debe plasmar; sin embargo, ¿por qué estas representaciones tienen tan poca conexión con las correspondientes a los otros registros? Este interrogante emerge de las estructuras cognitivas encontradas para cada gráfico, pues

el lenguaje natural acompaña toda la ruta trazada en el texto, pero no es parte de los tratamientos y conversiones que el estudiante debe hacer, es decir, son representaciones de transición sin relevancia cognitiva en lo propuesto por el texto, pues no existe una red de relaciones construida en función de las diferentes operaciones discursivas asociadas a los gráficos estadísticos, por lo contrario, la base es la presencia o ausencia de marcas lingüísticas o palabras seleccionadas por quien propone el libro, de forma que no hay un valor significativo en ellas.

Lo problemático de este hecho radica en que se elude la exigencia cognitiva implícita en el uso de las palabras o las combinaciones de palabras y se pierde la posibilidad de una interpretación rica en procesos de pensamiento, pues cuando un estudiante se expresa sobre el proceso que realiza, la justificación de sus elecciones o la argumentación de sus razonamientos está constituida por un valor epistémico (absurdo, posible, probable...), lógico (verdadero, falso, indecible), pragmático (orden, promesa, etc.) y de estatus (hipótesis, definición y conclusión) en la progresión de su pensamiento (Duval, 2016).

Más aún, uno de los mayores problemas en la manera que se consideran los gráficos estadísticos, es que no existe una coordinación entre los tratamientos figurales y los tratamientos discursivos, particularmente porque los tratamientos no son espontáneos ni evidentes cuando se recurre al lenguaje natural.

Finalmente, este distanciamiento entre el lenguaje natural, algebraico y gráfico desde niveles iniciales, como el que corresponde al texto que es objeto de análisis (grado quinto), da inicio al camino de obstáculos y dificultades que enfrentan los estudiantes en su razonamiento estadístico (Batanero, 2019). Esto último, entendiéndolo que al no ofrecer al estudiante la oportunidad de utilizar su lenguaje natural como punto de partida y constante moderador



de su relación con las representaciones que son propias de la estadística, el conocimiento de esta ciencia para el estudiante carece de sentido (Batanero y Díaz, 2011).

Esto último, genera un desconocimiento de la voz del sujeto que aprende y, por tanto, una invitación directa al desarrollo de una persona alienada, no crítica ni reflexiva que se acostumbra a una realidad educativa que no guarda relación con su ser (Radford, 2020). Por tanto, se promueve con el libro analizado un trabajo en el aula con un sujeto que no encuentra en la clase de estadística un espacio de transformación de sí mismo, un lugar en el que pueda comprender mejor su realidad y las formas en que él puede aportar a su transformación.

Conclusiones

Desde una posición semiótica del manejo de los datos estadísticos en el libro de texto se puede concluir que, la temática abordada corresponde al grado, edad de los estudiantes y lineamientos escolares nacionales del contexto en el cual está enmarcado. Sin embargo, la mayoría de las representaciones de datos desarrolladas en el texto centran su atención en la obtención de representaciones gráficas a partir de tablas de frecuencia, empleando el lenguaje natural sólo como un apoyo para indicar los elementos que en estas representaciones aparecen. No existen situaciones de tratamientos para pasar de una representación gráfica a otra desaprovechando la oportunidad de fortalecer la representación de los datos. Como consecuencia de esto, el estudiante con las actividades propuestas solo mecaniza el proceso de elaboración, limitando el desarrollo importante de competencias como la argumentación, la discusión y la inferencia de los datos.

Finalmente, es importante destacar que el análisis de este texto no incorpora el estudio de su aplicación en un aula de clase para comparar

lo que pretende el texto y lo que realmente ocurre cuando un profesor y estudiantes trabajan con él; es decir, este artículo se sitúa en el estudio del saber pretendido y no del saber enseñado (en términos de Chevallard, 1985), pero esto no resta valor a lo discutido pues lo que se pretende mostrar es que si las fuentes “especializadas” no otorgan un horizonte claro y bien fundamentado del conocimiento respecto a los objetos matemáticos, existen grandes riesgos de interpretaciones “erradas” por parte de los estudiantes y por tanto de fuertes obstáculos en su aprendizaje.

Agradecimientos

Al Doctorado Interinstitucional en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, programa académico en el cual se desarrolló el estudio y discusión de algunos de los aspectos que han sido presentados en este artículo.

Referencias bibliográficas

- Artola, E., Mayoral, L. y Benarroch, A. (2016). Dificultades de aprendizaje de las representaciones gráficas cartesianas asociadas a biología de poblaciones en estudiantes de educación secundaria. Un estudio semiótico. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 13(1), 36-52.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2011). *Estadística con proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Batanero, C. (2019), Treinta años de investigación en educación estadística: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html



- Brown, G. y Yule, G. (1993). *El análisis del discurso*. Visor Libros.
- Cassin, B., Apter, E., Lezra, J. y Wood, M. (Eds.). (2014). *Dictionary of untranslatables: A philosophical lexicon*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- D'Amore, B. (1999). *Elementi di Didattica della Matematica*. Pitagora. [Versión en español: D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Editorial Magisterio].
- D'Amore, B. (2000). "Concetti" e "oggetti" in matematica. *Rivista di Matematica dell'Università di Parma*, 3(6), 143-151.
- D'Amore, B. (2001). *Scritti di Epistemologia Matematica*. Pitagora.
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. Reverté.
- D'Amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. En: Radford L., D'Amore B. (Eds.) (pp. 177-196). *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*. Número especial de la revista *Relime* (Cinvestav, México DF., México).
- D'Amore, B. (2009). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Revista científica*, 11, 150-164.
- D'Amore, B., Fandiño, M. y Iori, M. (2013). *Primi elementi di semiotica. La sua presenza e la sua importanza nel processo di insegnamento-apprendimento della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B., Fandiño, M., Iori, M. y Matteuzzi, M. (2015). Análisis de los antecedentes históricos filosóficos de la paradoja cognitiva de Duval. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 18(2), 177-212.
- D'Amore, B. y Sbaragli, S. (2011). *Principi di base della didattica della matematica*. Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Vol. 2. Bologna: Pitagora.
- Dummett, A. (1991). ¿Qué es una teoría del significado? En L. Valdés (Ed.), *La búsqueda del significado* (pp. 389-407). Tecnos.
- Duval, R. (1988). Ecart sémantiques et cohérence mathématique. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1(1), 7-25.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang. [Versión en idioma español: 1999, Cali: Universidad del Valle].
- Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 16(3), 349-382.
- Duval, R. (1998). Signe et objet (I). Trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentations et objet. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 6, 139-163.
- Duval, R. (2006a). Trasformazioni di rappresentazioni semiotiche e prassi di pensiero in matematica. *La matematica e la sua didattica*, 4, 585-619.
- Duval, R. (2006b). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Duval, R. (2008). «Objet»: un mot pour quatre ordres de réalité irréductibles? Universidad Distrital Francisco José de Caldas.



- Duval, R. (2016). El funcionamiento cognitivo y la comprensión de los procesos matemáticos de la prueba. En R. Duval y A. Sáenz, *Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas* (pp. 61-94). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking - The Registers of Semiotic Representations*. Springer.
- Eco, U. (1975). *Tratado de Semiótica General*. Editorial Bompiani.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Iori, M. (2021). *La dimensione semio-cognitiva nell'apprendimento della matematica*. Pitagora Editrice.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2017). *Vamos a aprender Matemáticas- Libro del estudiante 5*. Ediciones SM S.A.
- Ministerio de Cultura (2016). *Principales hallazgos sobre el sector editorial en Colombia*. Cámara Colombiana del Libro.
- Latorre, D. y Vásquez, C. (2021). Construcción de gráficos estadísticos por estudiantes de 8 a 9 años de edad: análisis de una experiencia de aprendizaje en tiempos de confinamiento. *Paradigma*, 42(2), 159-182.
- Radford, L. (2005). La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica*, 2, 191-213.
- Radford, L. (2020). A Aprendizagem vista como saber e vir a ser: um olhar a partir da teoria da objetivação. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, 15(36), 27-42.
- Santi, G. (2022). *Changes of meaning of mathematical objects due to semiotic transformations: a comparison between semiotic perspectives*. Pitagora Editrice.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Morata.
- Varettoni, M. y Elichiribehety, I. (2010). Los registros de representaciones que emplean docentes de Educación Primaria: un estudio exploratorio. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 5(2), 44-51.
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación matemática*, 34(2), 245-274.