

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LOS PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y LA FÍSICA

Lic. Ana María Carbonell Hernández.

(amch@ucp.lt.rimed.cu).

Universidad de Las Tunas. Cuba.

Lic Yaima Sánchez Ortiz.

(yaima@ucp.lt.rimed.cu).

Universidad de Las Tunas. Cuba.

RECIBIDO EL 25 DE SEPTIEMBRE DE 2015 - ACEPTADO EL 29 DE SEPTIEMBRE DE 2015

Resumen

La escuela cubana tiene la alta responsabilidad de "Preparar al hombre para la vida". Educarlo participando en la construcción de la sociedad es prepararlo para resolver problemas en el sentido amplio de la palabra, lo que constituye una tarea esencial que debe lograrse en los diferentes niveles de enseñanza. Aunque día a día se realizan esfuerzos encaminados al logro de este empeño, sigue siendo una meta no alcanzada. Una vía para lograr este propósito lo constituye el trabajo heurístico de los estudiantes, lo que requiere de la preparación pedagógica adecuada de los profesores y docentes en formación para dirigirlo. El presente artículo ofrece algunas ideas sobre el empleo de los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática y la Física.

Palabras claves: Enseñanza de la Matemática

Enseñanza de la Física

Procedimientos heurísticos

Abstract:

The Cuban school has the top responsibility to prepare the man to the life, educated him taking part in the construction of the society, that is to prepare the man to solve problems in the real sense of this word and constitute an essential task that must be performed in the different efforts guided to get this performed, nevertheless it is a goal not yet reached.

A way to get this purpose is to constitute the heuristic work among the students, that requires an adequate pedagogical preparation to the

professor and to the teachers in formation to geode it. This article offers aides about the use of the heuristic procedures in the Mathematics and Physical teaching in the school.

Key words: Teaching Mathematics

Teaching Physical

Heuristic Procedures

En los últimos años la política educacional ha estado orientada a formar ciudadanos con una cultura general integral y con un pensamiento humanista, científico y creador, que le permita adaptarse a los cambios de contextos y resolver problemas de interés social con una ética y una actitud crítica y responsable. Esto requiere por parte de los profesionales de la educación un conocimiento profundo de los principios pedagógicos y psicológicos para la planificación, dirección y control del proceso. Se precisa la selección de métodos y procedimientos que propicien un nivel de asimilación productivo y la adecuada dirección de las actividades de los estudiantes en la adquisición de los conocimientos que deben asimilar, así como las acciones y operaciones que han de realizar, por lo que consideramos oportuno hacer algunas interrogantes sobre los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática y la Física, principalmente para los docentes en la escuela, los docentes en formación y de la microuniversidad.

La heurística, como disciplina científica, es aplicable a cualquier ciencia e incluye la elaboración de principios, reglas, estrategias y programas que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas, o sea, para resolver problemas de cualquier tipo para los que no se cuenta con un algoritmo de solución.

La heurística (busco, descubro): es la ciencia que estudia la actividad creadora; método que se usa para descubrir lo nuevo y para impartir enseñanza.

La instrucción heurística: es la enseñanza consistente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez los mismos explícitamente, se destaque de un modo claro y firme y se recalque su importancia en clases posteriores, hasta que los estudiantes los aprendan y los utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas, no asociándose únicamente al trabajo en elaboración conjunta sino que puede ser utilizado tanto en la actividad independiente del alumno como en la exposición de los conocimientos por parte del profesor. Ejemplo: un nuevo contenido puede presentarse como un problema y mediante la formulación de preguntas, cuyo objetivo es estimular el pensamiento y conducir al razonamiento, mostrar la vía a seguir para su solución, en forma expositiva.

PROCEDIIMIENTO HEURÍSTICO

<u>Principios</u>	<u>Reglas</u>
Heurístico	Heurísticas
	Heurísticas

MEDIOS AUXILIARES HEURÍSTICOS

- Figuras ilustrativas
- Esbozos o figuras de análisis
- Las tablas (en las que reflejen las relaciones entre los datos)

Los principios heurísticos: son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y para su fundamentación, también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas.

Principios de analogía: consisten en la utilización de semejanzas de contenidos o formas.

Puede ser aplicado en las formas siguientes:

1- Se resuelven principalmente algunas cosas esenciales y se trata de generalizar la vía de solución utilizando las analogías encontradas.

2- Se busca prototipo de ejercicios ya conocidos, se determinan los aspectos comunes y los diferentes entre el prototipo y el ejercicio planteado y se trata de resolver este último utilizando los aspectos comunes variando la vía de solución teniendo en cuenta las diferencias determinadas.

Ejemplo utilizado de la analogía.

La igualdad de los lados opuestos de un paralelogramo se demuestra probando la igualdad de los triángulos formados por el trazado de una diagonal, para demostrar la igualdad de los ángulos opuestos de un paralelogramo se procede de igual modo.

Principio de reducción: Procedimiento metodológico que consiste en dar algunos datos o tareas, una forma cómoda para su análisis o solución, así como llevar lo complejo a algo más simple. Este principio puede ser utilizado de cuatro formas diferentes:

- 1) **La reducción de problemas a problemas ya resueltos.** Esta interpretación del principio de reducción es la más conocida, con su ayuda puede resolverse un problema para el cual no se conoce la vía de solución. Ejemplo: La resolución de una ecuación de segundo grado puede reducirse a la resolución de ecuaciones lineales (utilizando la descomposición en factores)
- 2) **La recursión.** Esta forma del principio de reducción consiste en transformar lo desconocido acudiendo a lo conocido. Ejemplo:

Tanto para hallar, como para demostrar, propiedades de polinomios, se recurre a la división de estos triángulos.

- 3) **Demostración de teoremas.** Al demostrar un teorema aplicando un método de demostración cualquiera, se realiza una reducción de problema dado a problemas parciales o a otros problemas de manera que la resolución de este resulte conocida o menos difícil que la del problema de partida.

Ello puede resolverse de diferentes formas:

- Descomponiendo el problema de demostración en problemas parciales.
- Haciendo una diferenciación de casos

Ejemplo:

- 4) **La modelación.** Es otra forma de reducción, que consiste en buscar una interpretación (un modelo) del problema dado, en otro dominio, con el fin de poder aplicar las leyes del nuevo dominio a la resolución del problema transformando y realizando la transformación inversa del modelo, llegar a la resolución del problema de partida. Ejemplo: En la unidad de Aplicación de la Trigonometría, se resuelven ejercicios relacionados con situaciones de la vida práctica, llevándolo al cálculo de un triángulo cualquiera. En todos estos casos hay que asociarles a cada situación un triángulo como modelo matemático. He identificado los elementos del mismo con las relaciones que se dan en el texto del problema, una vez que se calculan los elementos del triángulo se hacen corresponder los resultados hallados con lo pedido en el problema.

Además de estos principios heurísticos generales existen otros que también resultan útiles para la búsqueda de suposiciones y de ideas de demostración o de solución de problemas.

Ejemplo:

- **Principio de inducción:** Consiste en llegar a la suposición de que existe una relación general, a partir del análisis de una serie de resultados particulares(se hace una generalización empírica)

En todos los trabajos inductivos se ponen de manifiesto:

- ✓ La variación de condición.
- ✓ La búsqueda de relaciones y dependencias.
- ✓ Las consideraciones de analogías que son las formas fundamentales de trabajo y de pensamiento de la Matemática.

- **Principio de generalización:** (empírica): Permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular. (como se procede de forma inductiva habrá que demostrar la validez de las suposiciones así obtenidas, al igual que el caso del resto de los principios heurísticos)

Ejemplo: Al introducir la fórmula para calcular el volumen de un prisma, se parte del caso especial que ya conocen los estudiantes, el ortoedro y se generaliza para un prisma cualquiera.

- **Principio de movilidad:** Consiste en suponer que, en figura o cuerpos geométricos, un elemento es movable y a partir de ello analizar los cambios que se producen, con el objetivo de encontrar relaciones y formular las suposiciones correspondientes. Ejemplo: Para obtener suposiciones sobre las relaciones entre ángulos en la circunferencia se mueven los vértices de ángulos inscritos.

- **Principio de medir y probar sistemáticamente:** Este proceder inductivo se emplea también en la búsqueda de suposiciones, aparece muy asociado al principio de movilidad, o sea, se mide y prueba, o se mide y compara, después de haber ejecutado variaciones mediante la movilidad.

Ejemplo: En la obtención de la fórmula para calcular el volumen de una pirámide, se parte de la comparación con el prisma de igual área de la base e igual altura y se mide y comparan los volúmenes de ambos.

Las reglas heurísticas: Tienen el carácter de impulsos dentro del proceso de búsqueda de nuevos conocimientos y de la resolución de problemas, contienen en si las acciones y operaciones a realizar en la búsqueda de los medios matemáticos y de la vía para resolver un problema, pueden darse como indicaciones a

como preguntas.

Ejemplo:

Las reglas heurísticas que se emplean con mayor frecuencia en la resolución de problemas y ejercicios contextos.

- ✓ Separa lo dado y lo buscado.
- ✓ Confeccionar una figura de análisis.
- ✓ Representar las magnitudes dadas y buscadas con variables.
- ✓ Determinar si se tienen fórmulas apropiadas.
- ✓ Representar las relaciones contenidas en el texto del problema.
- ✓ Utilizar números más simples en lugar de los dados.
- ✓ Reformular el problema.
- ✓ Elaborar un plan de solución.
- ✓ Determinación del número de soluciones.
- ✓ Comprobación de la solución.

Reglas heurísticas que se emplean en la demostración de problemas.

- ✓ Separar premisa y tesis.
- ✓ Confeccionar una figura de análisis.
- ✓ Complementar la figura con líneas auxiliares.
- ✓ Recordar teoremas del dominio matemático correspondiente.
- ✓ Sustituir conceptos por definiciones.
- ✓ Analizar las tesis para seleccionar el método

de demostración.

- ✓ Transformar las tesis en una expresión equivalente.
- ✓ Buscar teoremas con hipótesis iguales.
- ✓ Observar primero un caso particular.

Ejemplo:

En un taller de piezas de repuesto había un total de 120 piezas de dos tipos, una empresa adquirió la mitad de las piezas del tipo I y tres cuartos de las piezas del tipo II. Si lo que quedó el 40% de las piezas que había inicialmente, calcule cuántas piezas de cada tipo había al principio.

¿Lean el ejercicio?

¿De qué se trata?

R.H. Separa

lo dado de lo buscado

¿Qué datos nos dan?

¿Qué se puede determinar?

¿Con qué magnitudes se trabaja?

X: Cantidad inicial de piezas del tipo I R.H.

Designar las magnitudes con variables

Y: Cantidad inicial de piezas de tipo II

¿Qué relaciones se expresan entre las magnitudes dadas? R.H. Expresar relaciones contenidas en el texto.

$$X+Y=120(1)$$

$X/2+3/4Y$ Piezas que adquirió la empresa.

$120-(X/2+3/4Y)$ Piezas que darán

¿Qué necesitamos para determinar la cantidad de piezas de cada tipo que había al principio?

¿Qué datos no hemos utilizado? R.H. Comparar lo dado y lo buscado

¿Cómo expresar esta relación utilizando este dato? R.H. Expresar relaciones contenidas en el texto

$$120-(X/2+3/4Y)=0.40*120 \quad (2)$$

Analiza si hemos empleado todos los datos.

¿Qué transformaciones podemos realizar?

$$120 - X/2 - 3/4 Y = 48$$

$X/2 + 3/4 Y = 72$ (3) R.H Compara lo que se tiene con lo que se busca

¿Puede calcularse con la expresión anterior algún elemento? ¿Qué debemos realizar para ello?

$$\text{Despejando en (1)} \quad Y = 120 - X$$

$$\text{Sustituyendo en (2)} \quad X/2 + 3/4(120 - X) = 72$$

$$X/2 + 90 - 3/4 X = 72$$

$$-1/4 X = -18 \quad \text{R.H}$$

Reducción

$$X = 72$$

¿Qué podemos hallar ahora?

$$Y = 120 - 72$$

$$Y = 48$$

¿Es correcta la realización de cada paso?

¿Es posible comprobar la solución? ¿Cómo?

¿Cuál es el resultado obtenido? 72 piezas del tipo I y 48 del tipo II

¿Es lógico el resultado obtenido? ¿Por qué?

¿Es posible resolver el problema por una vía más corta? ¿Cómo?

Las estrategias heurísticas: Se les llama estrategias de búsquedas pues constituyen el método principal para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema para buscar la idea fundamental de solución.

Su aplicación es razonable en ejercicios para los cuales no se conoce un procedimiento algorítmico. Existen dos estrategias heurísticas que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio, ellas son: el trabajo hacia delante, o método sintético y el trabajo hacia atrás o análisis creciente.

Otra estrategia se refiere a determinados tipos de ejercicios por lo que se denomina especiales

entre ellas, podemos mencionar el teorema de Descartes, utilizados para resolver ejercicios de cálculo de magnitudes, así como el método de los lugares geométricos y el método de las transformaciones que se emplean en los ejercicios geométricos de construcción.

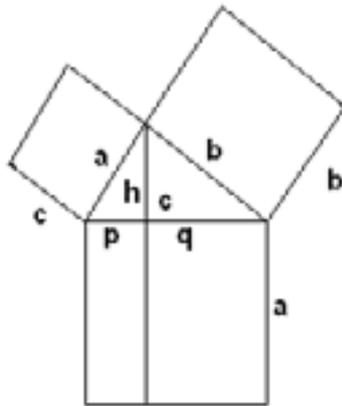
Ejemplo:

El trabajo hacia delante se caracteriza por partir de los datos y deducir de ellos lo que se busca, pasando por una serie de pasos intermedios, apoyándose en los conocimientos que se tienen de manera que se obtenga la cadena de inferencias que constituyen la solución.

La estrategia consiste en buscar cuales objetivos parciales o resultados intermedios se pueden alcanzar partiendo de las condiciones previas o elementos dados.

El trabajo hacia atrás se caracteriza por el examen previo lo que se busca, suponiendo que los datos son verdaderos. El análisis comienza por lo tanto por lo que se busca, estableciendo relaciones entre los datos y las exigencias del problema.

Esta estrategia consiste en partir del objetivo final o resultado y analizar los objetivos parciales o los resultados intermedios que habría que plantear



I c. $p=a^2$	$c^2=a^2+b^2$
$c^2=c.c$ $c=p.q$	
II c. $p=b^2$	$c(p+q)=$
a^2+b^2	
I+II c. $p+c.q=a^2+b^2$	c. $p+c.$
$q=a^2+b^2$	
$c(p+q)=a^2+b^2$	c.
$p=a^2$ $c.q=b^2$	
$c=p+q$ $c^2=c.c$	
$c^2=a^2+b^2$	

Los programas heurísticos son sistemas de procedimientos heurísticos ordenados que resultan muy provechosos conocer y utilizar para la solución de diferentes tipos de problemas (en sentido amplio)

La utilización de la instrucción heurística en las clases de Matemática y Física contribuye a lograr un trabajo racional, planificado y acertado hacia el objetivo, ya que de forma general se logra la independencia cognoscitiva de los alumnos, la integración de los nuevos conocimientos con los ya asimilados, el desarrollo de aplicaciones mentales intelectuales tales como: analizar, sintetizar, comparar, clasificar etc y de las formas de trabajo y de pensamiento fundamentales de la ciencia matemática y física.

En este sentido consideramos que la utilización de este material puede contribuir a la preparación metodológica de los profesores de todas las enseñanzas, para los docentes en formación, así como tutores en la microuniversidad.

Bibliografía

ALMEIDA, B. Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Bernardino Almeida, José M. González, Silvia Hernández z. La Habana: ISP "Enrique J. Varona"; 1990.

Ballester, S. et al. (1992) Metodología de la Enseñanza de la Matemática. (Tomo I) Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

_____(2002) "El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la planificación de la enseñanza Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Hernández Ávalo, J. (2002) "¿Cómo estás en Matemática?", Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

Hernández, R. Las funciones didácticas y los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Dr. Reinaldo Hernández z. Universidad de Matanzas; octubre de 2004.

Jungk, W. (1978) " Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1" Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

_____(1979) Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2 (primera parte)" Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

_____(1981) Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2 (segunda parte)" Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana.

MINED (1998) "Programa director de la Matemática". Ministerio de Educación. Ciudad de La Habana.

Zilmer, W. (1981) " Complemento de Metodología de la Enseñanza de la Matemática". Editorial Pueblo y educación. Ciudad de La Habana.